فصل دوم

الگوهای سری زمانی

نکات مهم: ۱- الگوهای سـری زمانی که اغلب برای پیش بینی های کوتاه مدت مورد اسـتفاده قرار می گیرند سـعی می کنند تا رفتار یک متغیر را براسـاس مقادیر گذشـته آن متغیر (و مقادیر گذشـته ی سـایر متغیرهایی که مایلیم پیش بینی کنیم) توضـیح دهند. این الگوها در مواردی که الگوهای

اقتصادی زیرساختی نامشخص دارند، پیش بینی های دقیقی را از متغیر مورد نظر ارائه می دهند.

۲- الگوهای اقتصـادسـنجی از اطلاعات مربوط به نظریه های اقتصادی و داده های آماری بهره می گیرند ولی الگوهای سری زمانی از اطلاعات مربوط به داده های آماری استفاده می کنند و به مبانی نظری تئوری های اقتصادی توجهی نمی کنند.

۳- الگوهای سـری زمانی که تنها مقادیر فعلی یک متغیر را به مقادیر گذشـته ارتباط می دهند الگوهای سری زمانی تک متغیره نامیده می شوند. مانند:

۱) فرآیندهای خود توضـیح ۲) فرآیندهای میانگین متحرک ۳) فرآیندهای خود توضـیح میانگین متحرک ۴) فرآیندهای خود توضیح جمعی میانگین متحرک.

۴- الگوهایی که سـعی می کنند تا رفتار یک متغیر را بر اساس مقادیر گذشته آن متغیر و تعدادی از متغیرهای مختلف دیگر به صـورت همزمان توضـیح دهند، الگوهای سـری زمانی چندمتغیره نامیده می شوند. مانند: الگوی خودتوضیح برداری یا VAR.

فرآیند یا الگوی خود توضیح مرتبه ی اول:

۱- فرآیند خودتوضـیح مرتبه ی اول $AR(۱)$ یک الگوی سـری زمانی تک متغیره اسـت که رفتار یک متغیر را بر اسـاس مقادیر گذشـته ی خود آن متغیر توضـیح می دهد. این فرآیند را به صورت زیر نمایش می دهند:

$$y_t = py_{t-۱} + u_t \qquad t = ۱,۲, \ldots$$

که در آن u_t جمله اخلال اسـت و از فرضیات کلاسیک پیروی می کند. یعنی دارای میانگین صفر اسـت. واریانس آن مقدار ثابت $\delta^۲$ اسـت و u_tها به صـورت همانند و مستقل از یکدیگر توزیع شده اند. یعنی $u_t \sim IID(۰, \delta^۲)$ یک چنین اخلالی در ادبیات سری های زمانی به نوفه سفید معروف شده است.

۲- فرآیند $y_t = py_{t-۱} + u_t$ وقتی پایا اســت که قدر مطلق p کوچکتر از یک باشـــد، یعنی $-۱ < p < ۱$ به عبارت دیگر در فرآیندهای خود توضیح مرتبه ی اول شرط پایایی آن است که $|p| < ۱$ ما باشد.

۳- اگر $p = ۱$ باشد فرآیند $AR(۱)$ دارای ریشه واحد بوده و ناپایا می شود.

۴ -اگر $p = ۱$ باشد داریم: $cov(y_t, y_{t-k}) = ۱$ ولی اگر $|p| < ۱$ باشد و فرآیند پایاست با افزایش k این کواریانس کوچکتر و کوچکتر شــده و به صــفر میل می کند. پس نتیجه می گیریم: اگر ضـریب همبسـتگی محاسـبه شده با افزایش k به سرعت کاهش پیدا کند، سری تحت بررسی دارای فرآیند پایا است و در غیر این صورت ناپایا است.

۵- تکانه یا اخلال در حالتی که ریشـه واحد وجود دارد دارای اثر دائمی اسـت حال آنکه در صورت پایا بودن $(|p| < ۱)$. این اثر با گذشت زمان رفته زایل می شود.

الگوی گام تصادفی:

۱- وقتی فرآیند خودتوضـیح مرتبه اول دارای ریشـه واحد است یعنی ناپایدار است $(p = ۱)$. آن را فرآیند گام تصادفی می نامند.

۲- میانگین و واریانس فرآیند گام تصادفی بر اساس روابط زیر می باشد.

$$\begin{cases} E(y_t) = E\left(\sum y_t\right) = t\mu \\ var(u_t) = var\left(\sum u_t\right) = t\delta^{۲} \end{cases}$$

۳- اگر نیروی رانشـی باشـد که فرآیند گام تصـادفی را در هر زمان t به اندازه مقدار ثابت a و به

جهت خاصی (پیش یا پس)

براند، آنگاه فرآیند گام تصادفی به صورت زیر در می آید:

$$y_t = py_{t-۱} + u_t$$

این فرآیند گام تصادفی را فرآیند گام تصادفی با رانش می گویند و a را جمله رانش می نامند.

۴- تفاضل مرتبه اول یک سری زمانی پایا است.

۵- اگر یک سـری زمانی یک بار تفاضل گیری شود و سری زمانی تفاضلی به دست آمده پایا باشد، آنگاه می گویند که سـری زمانی اولیه یک سری زمانی جمعی از مرتبه یک است و آن را به صورت $I(۱)$ می نویسند.

۶- به طور کلی اگر لازم باشـد یک سـری زمانی d بار تفاضـل گیری شود تا پایا شود. سری زمانی اولیه یک سری زمانی جمعی از مرتبه d است که به صورت $I(d)$ نمایش داده می شود.

۷- اگر $d = ۰$ باشد فرآیند $I(۰)$ نتیجه شده یک سری زمانی پایا است.

۸- هرگاه با یک سـری زمانی جمعی از مرتبه یک یا بیشـتر مواجه باشـیم، در واقع با یک سـری زمانی ناپایا روبرو هستیم.

۹- پارامترهای الگوی خود توضیح $y_t = p_۱ y_{t-۱} + p_۲ y_{t-۲} + \cdots + p_p y_{p-۱} + u_t$ را می توان به روش حداقل ربعات معمولی (OLS) تخمین زد. اما برآوردکننده های (OLS) به دلیل وجود متغیرهای با وقفه در سمت راست الگو، بهترین بر آور دکننده های بدون تورش (BLUE) نیستند.

اما در نمونه های بزرگ دارای خصیصه ی سازگاری می باشند.

فرآیند میانگین متحرک:

۱- وقتی y_t به صـورت تابعی از وقفه های جملات اختلال ناهمبسـته نوشته می شود تشکیل یک فرآیند میانگین متحرک را می دهد.

یک فرآیند میانگین متحرک مرتبه ی اول $\left(MA(۱)\right)$ به صورت زیر نوشته می شود:

$$y_t = u_t + \theta u_{t-۱}$$

۲- تمامی فرآیندهای میانگین متحرک پایا هستند.

۳- یک فرآیند میانگین متحرک از مرتبه ی و به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$y_t = u_t + \theta_۱ u_{t-۱} + \theta_۲ u_{t-۲} + \cdots + \theta_q u_{t-q}$$

فرآیند خودتوضیح میانگین متحرک (ARMA):

۱- ویژگی های متفاوت دو فرآیند خودتوضـیح (AR) و میانگین متحرک (MA) می تواند با هم تلفیق شـود و تشـکیل یک فرآیند خود توضـیح میانگین متحرک (ARMA) را بدهد. به عنوان مثال یک فرآیند ARMA(۱،۲) به صورت زیر نوشته می شود:

$$y_t = py_{t-۱} + u_t + \theta_۱ u_{t-۱} + \theta_۲ u_{t-۲}$$

۲- به طور کلی ARMA(p,q) را به صورت زیر نمایش می دهند:

$$y_t = p_۱ y_{t-۱} + \cdots + p_p y_{t-p} + u_t + \theta_۱ u_{t-۱} + \cdots + \theta_q u_{t-q}$$

فرآیند خود توضیح جمعی میانگین متحرک (ARIMA):

۱- اگر لازم اسـت که یک سری زمانی d بار تفاضل گیری شود تا پایا شود و آن گاه آن را در قالب الگوی ARMA(p,q) آورد، گفته می شـود که سـری زمانی اولیه یک فرآیند خود توضیح جمعی میانگین متحرک از مرتبه ی q , d , p اسـت که به صـورت ARMA(p,d,q) نمایش داده می شود. در این رابطه p تعداد جملات خود توضیح، d تعداد دفعاتی که سری زمانی اولیه باید تفاضل گیری شود تا پایا شود و و تعداد جملات میانگین متحرک است.

فرآیند خود توضیح برداری (VAR):

۱- اگر فرآیند خود توضـیح چندمتغیره را به صـورت زیر بنویسیم، به این الگو، الگوی خود توضیح برداری یا VAR می گویند:

$$y_t = \varphi y_{t-۱} + \cdots + \varphi_p y_{t-p} + u_t$$

۲- این فرآیند بر اساس متغیرهای درونزا می باشد.