

نام درس: ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۱. ریاضیات پایه و مقدمات آمار تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵
 رشته تحصیلی: گرایش: حسابداری - بازرگانی - مدیریت دولتی - صنعتی زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
 کد درس: ۱۶۰۰۳۷ - ۲۸۱۰۵۶ - ۱۳۱۰۳۱ - ۱۳۲۰۴۱ تعداد کل صفحات: ۴

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱. فرض کنید:

$$A = \{x \in Z \mid x^2 + 4 = 0\}$$

$$B = \{x \in Z \mid (x-2)(x^2-1) = 0\}$$

$$C = \{x \in Z \mid -1 \leq x\}$$

مجموعه $(A' - B') \cup C$ برابر کدامیک از مجموعه‌های زیر است؟

د. هیچکدام

ج. \emptyset

ب. C

الف. B

۲. فرض کنید.

$$A = \{x \in Z \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$$

$$B = \{x \in Z \mid x^2 - 7x + 6 = 0\}$$

حاصلضرب دکارتی $A \times B$ برابر کدامیک از مجموعه‌های زیر است؟

ب. $\{(1, 6), (2, 6), (1, 2), (1, 1)\}$

الف. $\{(6, 2), (6, 1), (1, 2), (1, 1)\}$

د. $\{(1, 2), (6, 2), (1, 6), (1, 1)\}$

ج. $\{(2, 6), (2, 1), (1, 6), (1, 1)\}$

۳. کدامیک از روابط زیر نادرست است؟

الف. $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$ ب. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

ج. $(A \cup B)' - C' = (A \cup B \cup C')'$ د. $A' - B' = B - A$

۴. در بخش تأسیسات یک کارگاه ساختمانی، ۱۰ نفر به برق کاری، ۱۴ نفر به شوفاژکاری و ۵ نفر هم به برق کاری و هم به شوفاژکاری مشغول می‌باشند. در این کارگاه چند نفر تنها به یک کار مشغولند؟

د. هیچکدام

ج. ۱۴

ب. ۵

الف. ۹

۵. معادله عمود منصف پاره خط $2x + 3y = 1$ $(-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2})$ کدام است؟

الف. $3y + \frac{9}{2}x - 1 = 0$ ب. $3x - 2y + \frac{3}{2} = 0$ ج. $3x - 2y - \frac{2}{3} = 0$ د. $6y - 9x - 2 = 0$

۶. مقدار m چه باشد تا زاویه بین دو خط $y = -2mx$ ، $4x - 4y - 3 = 0$ برابر 45° باشد؟

د. صفر

ج. -۱

ب. $-\frac{1}{2}$

الف. $\frac{1}{2}$

۷. هرگاه $\log_b^a = n$ ، $\log_c^b = m$ ، آنگاه $\log_a^{\frac{c^n}{b}}$ برابر است با:

د. $\frac{mn}{n-m}$

د. $\frac{mn}{m+n}$

ب. $\frac{n-m}{nm}$

الف. $\frac{m-n}{mn}$

نام درس: ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۱. ریاضیات پایه و مقدمات آمار تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵
 رشته تحصیلی: گرایش: حسابداری - بازرگانی - مدیریت دولتی - صنعتی زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
 کد درس: ۱۶۰۰۳۷ - ۲۸۱۰۵۶ - ۱۳۱۰۳۱ - ۱۳۲۰۴۱ تعداد کل صفحات: ۴

۸. کدامیک از توابع زیر معکوس پذیر نیستند؟

ب. $f: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$
 $f(x) = e^{x^p - 1}$

الف. $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$
 $f(x) = \lceil x - \frac{1}{p} \rceil$

د. $f: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$
 $f(x) = \log(\sqrt{x})$

ج. $f: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$
 $f(x) = \sqrt[p]{x^p} + 3$

۹. حد تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x} + 2}{x^p - 7x + 12}$ وقتی $x \rightarrow 4$ برابر است با:

الف. ۴ ب. صفر ج. $+\infty$ د. ۱

۱۰. فرض کنید $f(x) = \frac{[x-2] + [3-x]}{x}$ ، حد چپ و راست f در $x = 2$ برابر است با:

الف. حد چپ ۰، حد راست ۱- ب. حد چپ ۱، حد راست ۱

ج. حد چپ ۰، حد راست $\frac{1}{2}$ د. حد چپ $\frac{1}{2}$ ، حد راست ۰

۱۱. کدامیک از توابع زیر هم زوج و هم فرد است؟

الف. $\frac{\sin x^p + \cos x}{\lg |x|}$ ب. $\frac{x^p}{\sqrt{x^p - 1}}$

ج. $x^p - |x|^p$ د. e^{-x}

۱۲. مقدار a چه باشد تا تابع زیر همه جا پیوسته باشد؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-2} + a}{a} & , \quad x \geq 2 \\ \frac{[x]-2}{[x]-x} & , \quad x < 2 \end{cases}$$

ب. $a \in \mathbf{R} - \{0\}$

د. هیچکدام

الف. $a \in \mathbf{R}$

ج. به ازای هیچ مقدار از a

نام درس: ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۱. ریاضیات پایه و مقدمات آمار تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵
 رشته تحصیلی: گرایش: حسابداری - بازرگانی - مدیریت دولتی - صنعتی زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
 کد درس: ۱۶۰۰۳۷ - ۲۸۱۰۵۶ - ۱۳۱۰۳۱ - ۱۳۲۰۴۱ تعداد کل صفحات: ۴

۱۳. شیب خط مماس بر نمودار $\sqrt[3]{y^2} \cos^2(\pi x) = 0$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

- الف. $\frac{1-e}{2+e}$
 ب. $\frac{1+e}{-2-e}$
 ج. $\frac{1-e}{-2-e}$
 د. $\frac{1+e}{2+e}$

۱۴. در یک کارخانه تولید شیر پاستوریزه، فروش ماهانه $p(x) = 0.5x^2 - 1300x$ و سود بدست آمده از آن $c(x) = -0.5x^2 - 700x + 1000$ می باشد که در آن x تعداد بطری شیر فروخته شده است، به ازای چه سطح از تولید، هزینه تولید به حداقل می رسد؟

- الف. ۱۰۰۰ ب. ۲۰۰۰ ج. ۱۰۰ د. ۲۰۰

۱۵. تعداد نقاط عطف تابع $f(x) = x^4 - 4x^3 + 18x^2$ برابر است با:

- الف. ۴ ب. ۳ ج. صفر د. ۱

۱۶. در مورد نمودار تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x$ کدام گزاره درست است؟

الف. تابع در بازه $(-\frac{2}{3}, +\infty)$ محدب و در $x = \frac{2}{3}$ می نیمم نسبی دارد.

ب. تابع در بازه $(-\infty, -\frac{2}{3})$ مقعر و در $x = -2$ ماکزیمم نسبی دارد.

ج. تابع در بازه $(-\infty, -\frac{2}{3})$ محدب و در $x = \frac{2}{3}$ می نیمم نسبی دارد.

د. تابع در بازه $(-\frac{2}{3}, +\infty)$ مقعر و در $x = -2$ می نیمم نسبی دارد.

۱۷. نمودار تابع $f(x) = \frac{4x^3 - 2x - 1}{x^3 + 3x^2}$ دارای:

- الف. یک جانب افقی و فاقد جانب عمودی است.
 ب. یک جانب افقی و یک جانب عمودی است.
 ج. دو جانب افقی و یک جانب عمودی است.
 د. یک جانب افقی و دو جانب عمودی است.

۱۸. مقدار a چه باشد تا خط $x = -3$ محور تقارن نمودار $f(x) = 2ax^2 + 3x - 1$ باشد؟

- الف. ۱ ب. $\frac{1}{2}$ ج. $-\frac{1}{2}$ د. ۲

۱۹. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1})$ کدام است؟

- الف. ۱ ب. $-\frac{1}{2}$ ج. $\frac{1}{2}$ د. -۱

نام درس: ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۱. ریاضیات پایه و مقدمات آمار تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵
 رشته تحصیلی: گرایش: حسابداری - بازرگانی - مدیریت دولتی - صنعتی زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره
 کلاس: ۱۶۰۰۳۷ - ۲۸۱۰۵۶ - ۱۳۱۰۳۱ - ۱۳۲۰۴۱ تعداد کل صفحات: ۴

۲۰. مرکز تقارن نمودار $5xy - 5x - 10y + 2 = 0$ برابر است با:

- الف. $(-2, 1)$ ب. $(2, 1)$ ج. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{5})$ د. $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{5})$

«سؤالات تشریحی»

۱. اعداد حقیقی a, b را طوری تعیین کنید که تابع f روی R پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & , x \leq \pi \\ a \cos x + b & , \pi < x < 2\pi \\ \sin x & 2\pi \leq x \end{cases}$$

۲. مقدار تقریبی $\sin 47^\circ + \cot 47^\circ$ را بدست آورید.

۳. مقادیر a, b را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 3x - 2$ دارای نقطه عطف $(1, 3)$ باشد.

۴. در چه نقطه‌ای از منحنی $y = x^3 - 2$ ، مماس بر منحنی موازی خطی است که از نقاط $(0, -2)$ و $(1, -1)$ می‌گذرد.

۵. قرار دهید $f(x) = \frac{[x]^2 - 9}{x^2 - 9}$ و مقادیر زیر را محاسبه کنید:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$$

۱. گزینه (ب) صحیح است.

$$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow \text{معادله ریشه ندارد} \Rightarrow A = \emptyset \Rightarrow A' = Z$$

$$(x - 2)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ و } x = 1 \text{ و } x = -1 \Rightarrow B = \{-1 \text{ و } 1 \text{ و } 2\}$$

$$C = \{-1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots\}$$

$$A' - B' = A' \cap B = \{-1 \text{ و } 1 \text{ و } 2\} \Rightarrow (A' - B') \cup C = C$$

نکته: $A - B = A \cap B'$

۲. گزینه (ج) صحیح است.

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ و } x = 2 \Rightarrow A = \{1 \text{ و } 2\}$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ و } x = 6 \Rightarrow B = \{1 \text{ و } 6\}$$

$$A \times B = \{(1 \text{ و } 1) \text{ و } (1 \text{ و } 6) \text{ و } (2 \text{ و } 1) \text{ و } (2 \text{ و } 6)\}$$

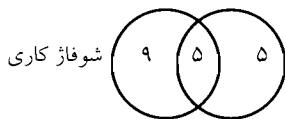
۳. گزینه (الف) صحیح است.

$$A \cap (B - C) = A \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap (A \cap C') = (A \cap B) - (A \cap C)' \Rightarrow A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A' \cup C)$$

$$A - (B \cap C) = A \cap (B \cap C)' = A \cap (B' \cup C') = (A \cap B') \cup (A \cap C') = (A - B) \cup (A - C)$$

$$(A \cup B)' - C' = A' \cap B' \cap C = (A \cup B \cup C')' \text{ و } A' - B' = A' \cap B = B \cap A' = B - A$$

۴. سوال نامشخص است.



برق کاری

شواژ کاری

۱۹ = تعداد کل کارگر

۹ = تعداد کسانی که فقط شواژ کارند ۵ = تعداد کسانی که فقط برق کارند

۵. گزینه (د) صحیح است.

$$2x + 3y = 1 \Rightarrow m = \frac{-2}{3} \Rightarrow m' = \frac{3}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \text{نقطه وسطی} = \frac{\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)}{2} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$y - \frac{1}{3} = \frac{3}{2}(x - 0) \Rightarrow y - \frac{1}{3} = \frac{3x}{2} \Rightarrow 2x - 2y + \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow 9x - 6y + 2 = 0 \Rightarrow 6y - 9x - 2 = 0$$

۶. گزینه (د) صحیح است.

$$y = -2mx \Rightarrow m_1 = -2m \quad 9 \quad 4x - 4y - 3 = 0 \Rightarrow m_2 = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{m_1 + m_2}{1 - m_1 m_2} \Rightarrow \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{-2m + 1}{1 + 2m} \Rightarrow 1 = \frac{-2m + 1}{1 + 2m} \Rightarrow 1 + 2m = 1 - 2m \Rightarrow 4m = 0$$

$$\Rightarrow m = 0$$

۷. گزینه (ب) صحیح است.

$$\log_a \frac{c^n}{b} = \log_a c^n - \log_a b = n \log_a c - \log_a b = \frac{n}{\log_c a} - \frac{1}{\log_b a}$$

$$\Rightarrow \log_a \frac{c^n}{b} = \frac{n}{\log_b a \cdot \log_c b} - \frac{1}{\log_b a} = \frac{n}{n \cdot m} - \frac{1}{n} = \frac{1}{m} - \frac{1}{n} = \frac{n - m}{nm}$$

۸. گزینه (الف) صحیح است.

۹. $f(x) = 2 \left[x - \frac{1}{2} \right]$ معکوس پذیر نیست زیرا پوشا نمی باشد. چون برای $y = \frac{3}{4} \in R$ هیچ x یافت نمی شود

$$2 \left[x - \frac{1}{2} \right] = \frac{3}{2} \quad \text{که}$$

۹. گزینه (ج) صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} + 2}{x^2 - 7x + 12} = \frac{\sqrt{4} + 2}{16 - 28 + 12} = \frac{4}{0} = \infty$$

$$x \rightarrow 4$$

۱۰. هیچ یک از گزینه ها صحیح نیست.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[x - 2] + [3 - x]}{x} = \frac{0 + 0}{2} = 0$$

$$x \rightarrow 2^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x-2] + [3-x]}{x} = \frac{-1+1}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$x \rightarrow 2^-$$

۱۱. گزینه (ج) صحیح است.

$$f(x) = x^2 - |x|^2 = x^2 - x^2 = 0 \Rightarrow f(x) \text{ هم زوج و هم فرد است.}$$

نکته: تنها تابعی که هم زوج و هم فرد است تابع $f(x) = 0$ است.

۱۲. گزینه (ب) صحیح است.

$$f(2) = \frac{\sqrt{2-2+a}}{a} = \frac{a^{a \neq 0}}{a} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Rightarrow a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

۱۳. صورت سوال ایراد دارد زیرا

$$x=1 \Rightarrow \ln(x^2+y^2) + e^{|xy|} + \frac{\sqrt[3]{y^2}}{2} \cdot \cos^2(\pi x) = \ln(1+y^2) + e^{|y|} + \frac{\sqrt[3]{y^2}}{2} > 0$$

۱۴.

$$f(x) = p(x) - c(x) = (0.5x^2 - 1300x) - (-0.5x^2 - 7000x + 1000)$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 6000x - 1000 \Rightarrow f'(x) = 2x - 6000 = 0 \Rightarrow 2x = 6000 \Rightarrow x = 3000$$

۱۵. گزینه (ج) صحیح است.

$$y = x^3 - 2x^2 + 18x^2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 4x^2 + 36x \Rightarrow y'' = 2x^2 - 4x + 36$$

$$\Rightarrow y'' = 2(x^2 - 2x + 18) = 2((x-1)^2 + 17) > 0 \Rightarrow \text{نقطه عطف موجود نیست.}$$

۱۶. گزینه (ج) صحیح است.

$$y = x^3 + 2x^2 - 4x \Rightarrow y' = 3x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ و } x = \frac{2}{3}$$

$$y'' = 6x + 4 = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ و } y''\left(-\frac{2}{3}\right) > 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ مینم نسبی دارد.}$$

تابع در $(-\infty, -\frac{2}{3})$ محدب و در $(-\frac{2}{3}, \infty)$ مقعر است.

x	$-\frac{2}{3}$
y''	$- \quad 0 \quad +$

تابع در $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$ محدب و در $\left(-\frac{2}{3}, \infty\right)$ مقعر است.

x		$-\frac{2}{3}$	
y''		$- \quad 0 \quad +$	

۱۷. گزینه (د) صحیح است.

$$x^3 + 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x + 3) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ و } x = -3 \quad (\text{دو مجانب قائم دارد.})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x - 1}{x^3 + 3x^2} = 4 \Rightarrow y = 4 \text{ مجانب افقی است.}$$

۱۸. هیچ یک از گزینه‌ها صحیح نیست.

$$y = 2ax^2 + 3x - 1 \Rightarrow y' = 4ax + 3 = 0 \Rightarrow 4a(-3) + 3 = 0 \Rightarrow -12a = -3 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

نکته: محور تقارن در سهمی‌ها از نقاط اکسترم تابع می‌گذرد.

۱۹. گزینه (ج) صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1-\ln x}{(x-1)\ln x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\frac{1}{x}}{\ln x + \frac{x-1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x \ln x + x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\ln x + 2} = \frac{1}{2}$$

در این مثال دوبار از قاعده هسپیتال استفاده شده است.

۲۰. گزینه (ب) صحیح است.

$$5xy - 5x - 10y + 2 = 0 \Rightarrow (5x - 10)y = 5x - 2 \Rightarrow y = \frac{5x-2}{5x-10} \Rightarrow \text{مرکز تقارن} = (2 \text{ و } 1)$$

نکته: مرکز تقارن $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ برابر است با $\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$.