

\* دانشجوی گرامی: لطفاً گزینه ۱ را در قسمت کد سری سؤال برگه پاسخنامه خود، علامت بزنید. بدیهی است، مسئولیت این امر برعهده شما خواهد بود.  
\*\* این آزمون نمره منفی ندارد.

۱. طول منحنی  $x = \cos 2t$  ,  $y = \sin 2t$  در بازه  $0 \leq t \leq \pi$  کدام است؟

الف.  $4\pi$  ب.  $2\pi$  ج.  $3\pi$  د.  $\pi$

۲. مشتق  $x^x$  کدام است؟

الف.  $x^{x-1}$  ب.  $x \times (x)^{x-1}$  ج.  $x^x (1 + \ln x)$  د.  $x(1 + \ln x)$

۳. کدام عبارت همواره درست است؟

الف.  $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$  ب.  $\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b f(x) dx$   
ج.  $\int_a^b f(x) dx = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$  د.  $\int_a^b f(x) g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \int_a^b g(x) dx$

۴. اگر  $V = t^2 - t - 2$  و  $0 \leq t \leq 3$ ، مسافت پیموده شده توسط متحرک چقدر است؟

الف.  $\frac{31}{6}$  متر ب. ۱۰ متر ج. ۲۴ متر د. ۱۶ متر

۵. مساحت محصور در داخل منحنی  $r = \sin 2\theta$  کدام است؟

الف.  $\pi$  ب.  $\frac{\pi}{2}$  ج.  $2\pi$  د.  $\frac{\pi}{4}$

۶. فرض کنید تابع  $f$  در نقطه  $a$  پیوسته باشد و  $f(a) \neq 0$ ،  $g(x) = |x - a| f(x)$  در این صورت

الف.  $g$  در  $a$  مشتق پذیر است ب.  $g$  در  $a$  مشتق پذیر نیست  
ج.  $g$  در  $a$  مشتق پیوسته دارد د.  $g$  در  $a$  پیوسته نیست

۷. تابع با ضابطه  $f(x) = 2x^3 + x + 1$  مفروض است. معادله خط مماس بر نمودار تابع  $f^{-1}$  در نقطه ای به طول ۴ واقع بر آن کدام است.

الف.  $y = 7x + 3$  ب.  $yx = y + 3$  ج.  $7y = x + 3$  د.  $7x + 7y = 3$

۸. اگر معادلات پارامتری یک منحنی به صورت  $\begin{cases} x = t^3 + t^2 \\ y = t^2 + 3t \end{cases}$  باشد، آنگاه  $y'_x$  کدام است.

الف.  $\frac{2t + 3}{t^2 + 2t}$  ب.  $\frac{t + 3}{3t^2 + 2t}$  ج.  $\frac{3t^2 + 2t}{2t + 3}$  د.  $\frac{2t + 3}{3t^2 + 2t}$

تعداد سؤال: نه

زمان آزمون (دقیقه): نصد

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کلاس: ۱۱۱۰۱۸

۹. تابع  $y = x^3 + ax^2 + 2$  مفروض است.  $a$  را طوری پیدا کنید که طول نقطه عطف  $x = 1$  باشد.

الف.  $a = 3$  . ب.  $a = -3$  . ج.  $a = \frac{1}{3}$  . د.  $a = -\frac{1}{3}$

۱۰. با فرض آنکه  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ، کدام گزینه نادرست است.

الف.  $\sin x < x$  . ب.  $x - \frac{x^3}{6} < \sin x$  . ج.  $\operatorname{tg} x + \sin x < 2x$  . د.  $\frac{x}{\pi} < \sin x < x$

۱۱. فرض کنید  $x^y = y^x$  باشد.  $\frac{dy}{dx}$  کدام است.

الف.  $\frac{\ln x + \frac{x}{y}}{-\frac{y}{x} + \ln y}$  . ب.  $\frac{\ln x + \frac{x}{y}}{\frac{y}{x} - \ln y}$  . ج.  $\frac{-\frac{y}{x} + \ln y}{\ln x - \frac{x}{y}}$  . د.  $\frac{\frac{y}{x} - \ln y}{\ln x - \frac{x}{y}}$

۱۲.  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$  برابر است با:

الف.  $2e^x + c$  . ب.  $e^x + c$  . ج.  $\frac{1}{2}e^{\sqrt{x}} + c$  . د.  $2e^{\sqrt{x}} + c$

۱۳. اگر  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  باشد، ضابطه تابع  $f$  کدام است.

الف.  $\sqrt{x} + c$  . ب.  $\frac{1}{\sqrt{x}} + c$  . ج.  $2\sqrt{x} + c$  . د.  $\frac{1}{2\sqrt{x}} + c$

۱۴.  $\int \sec x dx$  برابر است با:

الف.  $\ln |\cot g x| + c$  . ب.  $\ln |\operatorname{tg} x| + c$  . ج.  $\ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right| + c$  . د.  $\frac{1}{\cos x}$

۱۵. اگر تابع  $f$  بر  $[-a, a]$  پیوسته و فرد باشد، آنگاه

الف.  $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$  . ب.  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$

ج.  $\int_{-a}^a f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^a f(x) dx$  . د.  $\int_{-a}^a f(x) dx = 1$

تعداد سؤال: نه

زمان آزمون (دقیقه): نصد

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک

کلاس: ۱۱۱۰۱۸

۱۶. اگر  $z_1, z_2, z_3$  اعداد مختلط باشند بطوریکه  $z_1 + z_2 + z_3 = 0$  و  $|z_1| = |z_2| = |z_3|$ ، آنگاه مقدار  $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$  کدام است.

الف . ۱      ب . ۰      ج . ۲      د . -۲

۱۷. مساحت محصور به آستروئید به معادلات پارامتری  $0 \leq t \leq 2\pi$   $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$  کدام است.

الف .  $\frac{3\pi}{8}$       ب .  $\frac{8\pi}{3}$       ج .  $3\pi$       د .  $8\pi$

۱۸. حد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$  کدام است.

الف .  $e$       ب .  $e^x$       ج .  $e^{\frac{1}{x}}$       د .  $\frac{1}{e^x}$

۱۹. در مورد سری  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^p}$  کدام گزینه نادرست است.

الف . به ازای  $p = 1$  واگرا است      ب . به ازای  $p < 1$  واگرا است  
ج . به ازای  $p > 1$  همگرا است      د . به ازای  $p \geq 1$  همگرا است

۲۰. سری  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  را در نظر بگیرید.

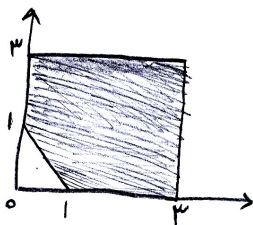
الف . سری فوق به ازای هر عدد حقیقی همگرا است.  
ب . سری فوق به ازای هیچ عدد حقیقی همگرا نیست.  
ج . سری فوق به ازای  $x=1$  واگرا و به ازای  $x=0$  همگرا است.  
د . سری فوق به ازای  $x=1$  واگرا و به ازای جميع مقادیر دیگر همگرا است.

سوال های تشریحی

«بارم هر سؤال دو نمره است»

۱. منحنی قطبی  $r\theta = 3$  را رسم کنید.

۲. مختصات مرکز ثقل ورق ها شور خورده زیر را بدست آورید.



۳. انتگرالهای زیر را محاسبه کنید .

الف .  $\int \text{Arc } \text{tg} x \, dx$       ب .  $\int \frac{x^4 - 1}{x^4 + x^3 + x^2 + x + 1} \, dx$

۴. مساحت محصور به نمودار توابع  $y = x^2$  ,  $y = x^4 - x^2$  را محاسبه کنید .

۵- دنباله  $\{a_n\}$  توسط  $a_1 = \sqrt{2}$  و  $a_{n+1} = (\sqrt{2})^{a_n}$  به ازای  $n \geq 2$  تعریف شده است . ثابت کنید  $\{a_n\}$  دنباله صعودی و کراندار ولذا همگرا است .