

امام علی (ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱- معادله $x^2 - y^2 + 4x - 2y - 6 = 0$

(الف) یک هذلولی به مرکز $(-2, -1)$ است.

(ب) یک سهمی به مرکز $(-2, -1)$ است.

(ج) یک هذلولی به مرکز $(-2, 1)$ است.

(د) یک سهمی به مرکز $(-2, 1)$ است.

۲- خطی که از نقطه $(1, 2)$ می‌گذرد و بر خط $2x - 3y = 4$ عمود است محور y را در چه نقطه ای قطع می‌کند؟

(الف) $(0, \frac{5}{2})$

(ب) $(0, \frac{7}{2})$

(ج) $(0, \frac{3}{2})$

(د) $(0, \frac{1}{2})$

۳- مختصات دکارتی $(\sqrt{2}, \frac{7\pi}{5})$ کدام است؟

(الف) $(-1, -1)$

(ب) $(1, -1)$

(ج) $(1, 1)$

(د) $(-1, 1)$

۴- معادله دکارتی $r = 2 \cos \theta$ کدام است؟

(الف) $x^2 - y^2 = 4$

(ب) $x^2 + y^2 = 4$

(ج) $x^2 + y^2 - 2x = 0$

(د) $x^2 + y^2 + 2x = 0$

۵- اگر $f(x) = -x$ و $g(x) = (x+1)^2$ باشند، آنگاه حاصل عبارت $(fog)(x) + (gof)(x)$ برابر است با

(الف) $4g(x)$

(ب) $4f(x)$

(ج) $-4g(x)$

(د) $-4f(x)$

۶- کدام یک از توابع زیر یک به یک هستند؟

(الف) $f(x) = |x| + 3$

(ب) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

(ج) $f(x) = x^2 + 2x^2 + 1$

(د) $f(x) = x^2 + 2x^2 + 1$

۷- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ مفروض است، این تابع در نقطه $x = 1$

(الف) پیوسته است.

(ب) فقط پیوستگی چپ دارد.

(ج) فقط پیوستگی راست دارد.

(د) نه پیوستگی راست دارد نه چپ.

۸- مقدار حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - \sqrt[3]{x}}$

(الف) موجود و برابر $-\frac{3}{2}$ است.

(ب) موجود و برابر $\frac{2}{3}$ است.

(ج) موجود و برابر $\frac{3}{2}$ است.

(د) وجود ندارد.

۹- رابطه $x^3 + 3x^2y + 5xy^2 + y^3 = 0$ به طور ضمنی y را بر حسب x بیان می‌کند، مقدار $\frac{dy}{dx}$ در نقطه $(1, 1)$ کدام است؟

(الف) $\frac{8}{7}$

(ب) $-\frac{8}{7}$

(ج) $\frac{7}{8}$

(د) $-\frac{7}{8}$

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۱۰- معادلات پارامتری یک منحنی عبارتند از $\begin{cases} x = t + 2 \\ y = t^2 + 1 \end{cases}$ مقدار $\frac{d^2x}{dy^2}$ عبارت است از:

الف) $2t$ (ب) $-\frac{1}{4t^3}$ (ج) $-2t$ (د) $-\frac{1}{8t^3}$

۱۱- مقدار c مربوط به قضیه مقدار میانگین در مورد تابع $f(x) = \frac{3-x^2}{2}$ در فاصله $[-1, 2]$ کدام است؟

الف) $c = \frac{1}{3}$ (ب) $c = \frac{2}{3}$ (ج) $c = \frac{1}{2}$ (د) $c = \frac{3}{2}$

۱۲- تابع $x > 0$: $f(x) = x^x$ در کدامیک از نقاط زیر مینیمم نسبی دارد؟

الف) $x = e^{-1}$ (ب) $x = e$ (ج) $x = e^{-2}$ (د) $x = -1$

۱۳- اگر $y = x + 1$ یک مجانب تابع $y = \frac{x^2 + bx + c}{x}$ باشد، مقدار b کدام است؟

الف) ۰ (ب) ۱ (ج) -۱ (د) -۲

۱۴- مقدار $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ کدام است؟

الف) $-2 \cos \sqrt{x} + c$ (ب) $2 \cos \sqrt{x} + c$ (ج) $\cos \sqrt{x} + c$ (د) $-\cos \sqrt{x} + c$

۱۵- مقدار $\int \frac{1}{x^2 - 4x + 5} dx$ کدام است؟

الف) $tg^{-1}(x+2) + c$ (ب) $\ln(x+2) + c$ (ج) $\ln(x-2) + c$ (د) $tg^{-1}(x-2) + c$

۱۶- $\int_1^e \ln x dx$ برابر است با:

الف) ۰ (ب) ۱ (ج) e (د) e^2

۱۷- اگر $F(x) = \int_3^x \frac{dt}{1+t^3}$ ، آنگاه $F'(2)$ برابر است با:

الف) $\frac{1}{9}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) ۳ (د) ۹

۱۸- طول منحنی $y = x^{\frac{2}{3}}$ در فاصله $[1, 4]$ برابر است با:

الف) $\frac{4}{27}(10\sqrt{10}-1)$ (ب) $\frac{4}{9}(10\sqrt{10}-1)$ (ج) $\frac{8}{9}(10\sqrt{10}-1)$ (د) $\frac{8}{27}(10\sqrt{10}-1)$

۱۹- مساحت ناحیه داخل منحنی $r = 1 + \cos \theta$ و خارج از دایره $r = 1$ از کدام فرمول بدست می آید؟

(ب) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\cos^2 \theta + 2 \cos \theta) d\theta$

(الف) $\frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\cos^2 \theta + 2 \cos \theta) d\theta$

(د) $\frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos^2 \theta d\theta$

(ج) $\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^2 \theta + 2 \cos \theta) d\theta$

۲۰- انتگرال ناسره $\int_0^1 \frac{dx}{(1-x)^2}$

(الف) واگراست. (ب) به $\frac{1}{3}$ همگراست. (ج) به $\frac{2}{3}$ همگراست. (د) به صفر همگراست.

سوالات تشریحی

به پنج سؤال به دلخواه پاسخ دهید.

۱- کلیه ریشه های معادله $z^4 + 16 = 0$ را بدست آورده و روی شکل مشخص کنید؟ (۲ نمره)

۲- اعداد حقیقی a و b را طوری تعیین کنید که تابع $1 < x < 2$ $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & x \leq 1 \\ ax - b & 1 < x < 2 \\ ax^2 & x \geq 2 \end{cases}$ روی \mathbb{R} پیوسته باشد؟ (۲ نمره)

۳- مشتق توابع زیر را بیابید؟ (۲ نمره)

(ب) $y = \arctg \frac{x-1}{x-2}$

(الف) $y = \sqrt{1+\sqrt{x}}$

۴- با استفاده از قضیه رول نشان دهید که معادله $0 = 4x^3 + x^2 + 3x + 1$ بیش از یک ریشه حقیقی ندارد؟ (۲ نمره)

۵- انتگرالهای زیر را حل کنید (۲ نمره)

(ب) $\int \frac{7x-11}{x^2-x-6} dx$

(الف) $\int e^x \cos x dx$

۶- مساحت ناحیه محدود بین منحنی $y = x^2$ و خطوط $y = 4x$ و $x = 1$ را به دست آورید؟ (۲ نمره)