

تعداد سؤال: نسی

زمان امتحان: تستی و تکمیلی

نام درس: ریاضی عمومی (۱)

رشته تحصیلی: گرایش: فیزیک (حالت جامد - هسته‌ای - اتمی و مولکولی)

کد درس: ۱۱۱۱۰۱۸

تعداد کل صفحات: ۴

۱. فرض کنید $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در این صورت $f'(0)$ برابر است با:

الف. ۱ ب. $\frac{1}{2}$ ج. صفر د. $f'(0)$ موجود نیست.

۲. اگر $x^2 + y^2 = 4$ باشد آنگاه $\frac{dy}{dx}$ در نقطه $(1, -2)$ کدام است؟

الف. ۲ ب. $-\frac{1}{2}$ ج. -۲ د. $\frac{1}{2}$

۳. اگر $f(x) = \sec^2 x$ آنگاه $f'(\frac{\pi}{4})$ برابر است با:

الف. ۲ ب. $-\frac{1}{2}$ ج. ۴ د. ۲

۴. مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} [-x^2]$ کدام است؟

الف. ۱ ب. -۱ ج. صفر د. حد موجود نیست.

۵. تابع $f(x) = x^4 - 4x^2$ را در بازه $I = [0, 2]$ در نظر بگیرید، عدد C مربوط به قضیه رل برای تابع f کدام است؟

الف. $C = \frac{1}{2}$ ب. $C = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ج. $C = \sqrt{2}$ د. $C = 1$

۶. طول نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ کدام است؟

الف. ۱ ب. ۳ ج. -۲ د. ۲

۷. حاصل انتگرال نامعین $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sin^2 x}$ برابر است با:

الف. $tg x - \cot g x + c$ ب. $(tg x - \cot g x)^2 + c$
 ج. $tg x + \cot g x + c$ د. $(tg x + \cot g x)^2 + c$

۸. حاصل انتگرال معین $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{2}} dx$ برابر است با:

- الف. صفر
 ب. $\frac{\pi}{2}$
 ج. π
 د. ۲

۹. فرض کنید $y = xe^x$ در این صورت $\frac{d^3 y}{dx^3}(0)$ برابر است با:

- الف. ۳
 ب. ۲
 ج. ۴
 د. ۵

۱۰. نقطه بحرانی تابع $y = 2^x$ کدام است؟

- الف. $x = 0$
 ب. ندارد
 ج. $x = 2$
 د. $x = \ln 2$

۱۱. حاصل انتگرال $I = \int \frac{chx - shx}{(chx + shx)^{p_0}} dx$ برابر است با:

- الف. $e^{-p_0 x} + c$
 ب. $\frac{1}{p_1} e^{p_1 x} + c$
 ج. $-\frac{1}{p_1} e^{-p_1 x} + c$
 د. $(chx + shx)^{p_1} + c$

۱۲. مختصات قطبی نقطه $A(-1, 1)$ کدام است؟

- الف. $(\sqrt{2}, -\frac{\pi}{4})$
 ب. $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$
 ج. $(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4})$
 د. $(\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4})$

۱۳. مساحت محصور به نمودار توابع $y = \sqrt{x}$ ، $y = x^3$ را محاسبه کنید.

- الف. صفر
 ب. $\frac{5}{12}$
 ج. $\frac{2}{3}$
 د. $\frac{1}{4}$

۱۴. حد عبارت $\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ وقتی که $x \rightarrow +\infty$ کدام است؟

- الف. e^2
 ب. $+\infty$
 ج. $\frac{1}{2}$
 د. صفر

۱۵. مقدار $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ کدام است؟

- الف. e ب. e^x ج. $\frac{1}{e^x}$ د. x

۱۶. مقدار $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ برابر است با:

- الف. $e^x + c$ ب. $2e^{\sqrt{x}} + c$ ج. $2e^x + c$ د. $\frac{1}{2}e^{\sqrt{x}} + c$

۱۷. کدام دنباله کراندار است؟

- الف. $\{n(-1)^n\}$ ب. $\{n^2 + 1\}$ ج. $\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\}$ د. هر سه دنباله کراندار است.

۱۸. سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{3^n}$ به کدام عدد همگراست؟

- الف. $\frac{3}{2}$ ب. $\frac{1}{3}$ ج. $\frac{2}{3}$ د. سری واگراست

۱۹. فرض کنید برای سری $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ داشته باشیم $S_n = \frac{2n-1}{n+2}$ در این صورت سری $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ کدام است؟

- الف. همگرا به $\frac{1}{2}$ است. ب. همگرا به صفر است. ج. واگرا است. د. همگرا به ۲ است.

۲۰. فاصله همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ کدام بازه است؟

- الف. $(-1, 1)$ ب. $(-1, 1)$ ج. $(-1, 1]$ د. $[-1, 1]$

«سوالات تشریحی»

۱. با ذکر دلیل نوع سری‌های عددی زیر را تعیین کنید.

ب.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 5 \times \dots \times (3n-1)}$$

الف.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$$

۲. مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق تابع $f(x) = 3x^4 - 4x^3$ را روی بازه $[-1, 2]$ تعیین کنید.

۳. طول قوس منحنی $y = \frac{1}{p}x$ از نقطه $A(0, 0)$ تا نقطه $A(1, \frac{1}{p})$ را محاسبه کنید.

۴. عبارت $w = (\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)(\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ)$ را ساده کنید.

۵. انتگرال‌های زیر را حل کنید.

الف.
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3y \cos 3y dy$$

ب.
$$\int x^3 \ln x dx$$