

پیامبر اعظم (ص): آنکه در جست و جوی دانش بیرون رود، در راه خداست تا آنگاه که باز گردد.

۱. معادله دکارتی $r = ۲ \cos \theta$ کدام است؟

ب. $x^2 + y^2 = ۴$

الف. $x^2 - y^2 = ۴$

د. $x^2 + y^2 + ۲x = ۰$

ج. $x^2 + y^2 - ۲x = ۰$

۲. حاصل عبارت $z = \frac{(i-1)^8}{(\cos \frac{\pi}{۴} + i \sin \frac{\pi}{۴})^{۱۶}}$ کدام است؟

د. ۱۶

ج. $۱۶i$

ب. ۸

الف. $۸i$

۳. حاصل عبارت $\frac{i^{۱۸} - i^{۱۷}}{i+1}$ کدام است؟

د. i

ج. $-i$

ب. ۱

الف. -۱

۴. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \text{Arc cos} \left(\frac{1}{x+2} \right)$ کدام است؟

د. وجود ندارد

ج. صفر

ب. -۱

الف. ۱

۵. اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{[x](2-x)}{\sin \frac{\pi}{2} x} & x \neq 2 \\ \frac{a}{x} & x = 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ پیوستگی چپ داشته باشد، مقدار a کدام است؟

د. $\frac{8}{\pi}$

ج. $\frac{4}{\pi}$

ب. $\frac{2}{\pi}$

الف. $\frac{1}{\pi}$

۶. تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & x \in Q \\ x - 3 & x \in R - Q \end{cases}$ در چند نقطه پیوسته است؟

- الف هیچ جا ب. ۲ ج. ۳ د. بیشمار

۷. اگر $f(x) = \frac{(x-1)(2x-1)^{1387}}{\sqrt{5x+4}}$ ، آنگاه $f'(1)$ کدام است؟

- الف. صفر ب. ۳ ج. $\frac{1}{3}$ د. ۱

۸. اگر $g(x) = f(\sin 2x)$ ، $g'(0) = 1$ باشد $f'(0)$ کدام است؟

- الف. $\frac{-1}{2}$ ب. $\frac{1}{2}$ ج. -۱ د. ۱

۹. مشتق $y = x^{Lx}$ ، $x > 0$ برابر است با:

- الف. $\frac{y}{x} Lx$ ب. $\frac{x}{y} Lx$ ج. $\frac{2y}{x} Lx$ د. $\frac{2x}{y} Lx$

۱۰. حاصل $\cosh(L2)$ برابر است با:

- الف. $\frac{5}{4}$ ب. $-\frac{5}{4}$ ج. $\frac{3}{4}$ د. $-\frac{3}{4}$

۱۱. اگر $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos x)^{\tan x}$ باشد کدامیک درست است؟

- الف. $A = 0$ ب. $A = e$ ج. $A = e^{-1}$ د. $A = e^{-2}$



۱۲. کمترین فاصله منحنی $y = x^2$ از خط $y = 2x - 2$ کدام است؟

د. $\frac{\sqrt{5}}{6}$

ج. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

ب. $\frac{\sqrt{5}}{4}$

الف. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

۱۳. مجانب مایل منحنی $y = x\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ کدام است؟

د. $y = x - 2$

ج. $y = x - 1$

ب. $y = x + 1$

الف. $y = x$

۱۴. اگر $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$ ، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

د. $x^2 + \frac{x}{2}$

ج. $x - \frac{x^2}{2}$

ب. $x^2 - \frac{x}{2}$

الف. $x + \frac{x^2}{2}$

۱۵. $\int (a^2 + b^2 x^2)^{\frac{1}{2}} x dx$ برابر است با:

ب. $\frac{1}{2b^2} (a + bx)^{\frac{3}{2}} + c$

الف. $\frac{1}{3b^2} (a^2 + b^2 x^2)^{\frac{3}{2}} + c$

د. $\frac{1}{2b^2} (a + bx)^{-1} + c$

ج. $\frac{1}{3b^2} (a^2 + b^2 x^2)^{-\frac{1}{2}} + c$

۱۶. حاصل $\int \frac{2x-1}{(x-1)(x-2)} dx$ کدام است؟

ب. $L \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + c$

الف. $L \left| \frac{(x-2)^3}{x-1} \right| + c$

د. $L \left| \frac{(2x-1)^3}{x-1} \right| + c$

ج. $L \left| \frac{2x-1}{x-1} \right| + c$

۱۷. برای محاسبه $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}$ کدام تغییر متغیر مناسب است؟

الف. $x^6 = \sin t$ ب. $x^3 = \tan t$ ج. $x^3 = \sec t$ د. $x^3 = \sin t$

۱۸. حاصل $\int_1^e Lx dx$ برابر است با:

الف. صفر ب. ۱ ج. e د. e^2

۱۹. ناحیه محدود بین دو منحنی $y = 4 - x^2$, $y = -2x + 4$ را حول محور X ها دوران می دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

الف. $\frac{8\pi}{5}$ ب. $\frac{16\pi}{5}$ ج. $\frac{32\pi}{5}$ د. $\frac{64\pi}{5}$

۲۰. طول منحنی $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ در فاصله $[-1, 0]$ برابر است با:

الف. $\frac{2}{3}$ ب. $\frac{3}{2}$ ج. $\frac{4}{5}$ د. $\frac{5}{4}$

سوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. نمودار $r = 3 \cos 2\theta$ را رسم کنید.

۲. الف) ریشه های سوم $z = -1 + i$ را پیدا کنید.

ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه را بیابید که در معادله $|z - 2| = 3|z - 10|$ صدق نماید.

۳. اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 3ax + b\sqrt{x} & x > 1 \\ 2x + 1 & x = 1 \\ \frac{3a\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{x^2 - 1} & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ پیوسته باشد مقادیر a, b را بیابید؟

۴. فرض کنید n عددی مثبت و زوج باشد و a, b اعدادی حقیقی باشند. با استفاده از قضیه رول نشان دهید که معادله

$$x^n + ax + b = 0$$

نمی تواند بیش از دو ریشه حقیقی داشته باشد.

۵. حاصل انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

الف. $\int \frac{x dx}{(x^2 + 1)(x - 1)}$ ب. $\int \frac{dx}{3 - 2 \cos x}$ (با استفاده از تغییر متغیر)

$\tan \frac{x}{2} = z$