

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی شهرسازی ۱۱۱۳۷۴

۱- مرتبه معادله دیفرانسیل  $8 \frac{d^3 y}{dx^3} + (\frac{dy}{dx})^4 + y^2 - 8x^5 = 0$  کدام است؟

۴. ۷

۳. ۴

۲. ۳

۱. ۲

۲- دیفرانسیل  $ydx + (x + y^2)dy = 0$  در کدام گزینه صدق می کند؟

۴. مرتبه اول خطی است.

۳. کامل است.

۲. همگن است.

۱. جداشدنی است.

۳- کدامیک از توابع زیر یک عامل انتگرال ساز برای معادله دیفرانسیل  $y(x + y)dx + (x + 2y - 1)dy = 0$  است؟

۴.  $e^x$ ۳.  $e^y$ ۲.  $e^{-x}$ ۱.  $e^{-y}$ 

۴- تحت چه شرایطی معادله دیفرانسیل  $Mdx + Ndy = 0$  عامل انتگرال سازی دارد که تابعی از  $xy$  باشد؟

$$h(xy) = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{yN - xM}$$

۲.

$$h(xy) = x \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} y$$

۱.

$$h(xy) = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{-M}$$

۴.

$$h(xy) = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N}$$

۳.

۵- تغییر متغیر  $y = \sin x + \frac{1}{u}$  برای حل کدامیک از معادلات زیر بکار می رود؟

$$y' = 2 \sin x - y^2 \tan x$$

۲.

$$y' = 2 \cos x + \frac{1}{2} y \tan x + y^2$$

۱.

$$y' = \cos x - \frac{1}{2} \tan x \sin x + \frac{1}{2} y^2 \sec x$$

۴.

$$y' = 2 y \sec x - y^2 \sin x$$

۳.

۶- کدامیک از معادلات زیر با داشتن یک جواب خصوصی قابل تبدیل به معادله دیفرانسیل مرتبه اول است.

۱. ریکاتی

۲. کلرو

۳. برنولی

۴. کوشی-اوایلر

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی شهرسازی ۱۱۱۳۷۴

۷- جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $yy'' + (y')^2 = 0$  عبارتست از:

$$y = \frac{c_1}{x} + c_2 \quad .1 \quad y^2 = c_1 x + c_2 \quad .2 \quad y^3 = c_1 x^2 + c_2 x \quad .3 \quad y^2 = c_1 x^2 + c_2 x \quad .4$$

۸- جواب معادله با شرایط اولیه  $y'' + y = 0$  ,  $y'(0) = 2$  ,  $y(0) = 1$  در کدام گزینه زیر آمده است؟

$$y = \sin x + 2 \cos x \quad .1 \quad y = \cos x + \sin x \quad .2 \quad y = \cos x - 2 \sin x \quad .3 \quad y = \cos x + 2 \sin x \quad .4$$

۹- کدام مجموعه مستقل خطی است؟

$$\{xe^{2x}, e^{2x}\} \quad .1 \quad \{\sin 2x, \cos x \sin x\} \quad .2 \quad \{\ln x^2, \ln x\} \quad .3 \quad \{e^{3x}, 2e^{3x}\} \quad .4$$

۱۰- معادله  $x^2 y'' - 2xy' + 3y = 0$  با کدام تغییر متغیر به یک معادله خطی با ضرایب ثابت تبدیل می شود؟

$$x = e^{-t} \quad .1 \quad x = \ln t \quad .2 \quad t = \ln x \quad .3 \quad t = e^x \quad .4$$

۱۱- جواب خصوصی معادله دیفرانسیل  $y'' - 3y' + 2y = \sin(e^{-x})$  کدام است؟

$$2x \sin(e^{-x}) \quad .1 \quad e^{2x} \cos(e^{-x}) \quad .2 \quad -e^{2x} \cos(e^{-x}) \quad .3 \quad -e^{2x} \sin(e^{-x}) \quad .4$$

۱۲- تابع  $y = c_1 e^x + c_2 e^{2x} + 2x + 3$  جواب کدام معادله دیفرانسیل است؟

$$y'' + 5y' + y = 2x \quad .1 \quad y'' - 3y' + 2y = 0 \quad .3 \quad y'' - 3y' + 2y = 4x \quad .2 \quad y'' - 3y' + 2y = x^2 + 1 \quad .4$$

۱۳- بسط سری مک لورن  $\frac{1}{1-x^2}$  کدام است؟

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^{n^2} \quad .1 \quad \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n} \quad .2 \quad \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} \quad .3 \quad \sum_{n=0}^{\infty} (-x^2)^n \quad .4$$

۱۴- کدام معادله دارای جوابی بصورت  $y = x^s \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  در مبدا می باشد؟

$$2x^3 y'' + 3xy' - 3(1-x)y = 0 \quad .1 \quad x^3 y'' - 3xy' + y = 0 \quad .2 \quad x^2 \sin xy'' - y = 0 \quad .3 \quad 2xy'' + (1+x)y' - 2y = 0 \quad .4$$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی شهرسازی ۱۱۱۳۷۴

۱۵- برای بررسی جوابهای معادله  $y'' + p(x)y' + g(x)y = 0$  در نزدیکی فقط در بینهایت از کدام تغییر متغیر استفاده می کنیم؟

۴.  $t = -\frac{1}{y}$

۳.  $t = -\frac{1}{x}$

۲.  $t = \frac{1}{y}$

۱.  $t = \frac{1}{x}$

۱۶- فرض کنید  $y$  تابعی از  $x$  و  $x = \frac{1}{t}$  باشد در اینصورت مشتق مرتبه دوم  $y$  نسبت به  $t$  کدام است؟

۴.  $x^4 \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x^3} \frac{dy}{dx}$

۳.  $t^4 \frac{d^2 y}{dt^2} + t^3 \frac{dy}{dt}$

۲.  $2t^4 \frac{d^2 y}{dt^2} + t^3 \frac{dy}{dt}$

۱.  $t^4 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2t^3 \frac{dy}{dt}$

۱۷- کدامیک از گزاره های زیر درست نمی باشد؟

۱. تابع بسل  $J_0(x)$  بر هر بازه ای بطول  $\frac{\pi}{2}$  یک صفر دارد.

۲. اگر  $x_1, x_2$  دو صفر  $J_n(x)$  باشند آنگاه در بازه  $(x_1, x_2)$  صفری از  $J_{n-1}(x)$  وجود دارد.

۳. اولین ریشه  $J_n(x)$  بزرگتر از  $n$  است.

۴. تابع بسل  $J_n(x)$  تنها صفرهای حقیقی دارد.

۱۸- لاپلاس معکوس  $\frac{5}{s^4}$  برابر است با:

۴.  $\frac{1}{5}x^4$

۳.  $5x^3$

۲.  $\frac{5}{6}x^3$

۱.  $x^3$

۱۹- با شرط  $f(0) = 0$  جواب معادله انتگرالی  $f'(t) = \sin t + \int_0^t f(t-u) \cos u du$  کدام است.

۴.  $2t^2$

۳.  $\cos t$

۲.  $\sin t$

۱.  $\frac{1}{2}t^2$

۲۰- اگر  $F(s) = \frac{3s}{s^2 + 9}$  تبدیل لاپلاس  $f(t)$  باشد تابع  $f(t)$  کدام است؟

۴.  $f(t) = \sin 3t$

۳.  $f(t) = 9 \cos 3t$

۲.  $f(t) = 3 \sin 3t$

۱.  $f(t) = 3 \cos 3t$

### سوالات تشریحی

۱۰۴۰ نمره

۱- مسیر متعامد بر خانواده منحنی های  $y = cx^2$  را بدست آورید.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی شهرسازی ۱۱۱۳۷۴

۱۰۴۰ نمره

۲- جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $y = y^2 (\cos x - \sin x) + \frac{dy}{dx}$  را پیدا کنید.

۱۰۴۰ نمره

۳- با توجه به اینکه  $y_1 = x$  یک جواب معادله دیفرانسیل  $x^2 y'' + xy' - y = 0$  می باشد، جواب عمومی معادله دیفرانسیل را بدست آورید.

۱۰۴۰ نمره

۴- معادله دیفرانسیل  $y'' - xy' - y = 0$  را بروش سریها حل کنید.

۱۰۴۰ نمره

۵- با استفاده از تبدیل لاپلاس معادله انتگرالی زیر حل کنید.

$$f(x) = 4x - 3 \int_0^x f(u) \sin(x-u) du$$