

۱- مرتبه معادله دیفرانسیل $(y'')^4 - (y^{(3)})^5 + x = 0$ برابر است با:

۱. ۳ ۲. ۴ ۳. ۵ ۴. ۱

۲- معادله دیفرانسیل مسیر های متعامد بر خانواده $r = c(1 + \cos \theta)$ کدام است؟

۱. $\frac{dr}{r} = -\sin \theta d\theta$ ۲. $\frac{dr}{d\theta} = -r(1 + \sin \theta)$ ۳. $\frac{dr}{r} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} d\theta$ ۴. $\frac{dr}{d\theta} = r \csc \theta$

۳- شرط لازم برای اینکه معادله دیفرانسیل $N(x, y)dy = M(x, y)dx$ کامل باشد، اینست که:

۱. $\frac{\partial M}{\partial y} = x$ ۲. $\frac{\partial M}{\partial y} = -\frac{\partial N}{\partial x}$ ۳. $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$ ۴. $\frac{\partial M}{\partial x} = -\frac{\partial N}{\partial y}$

۴- یک عامل انتگرال ساز برای معادله $(y > 0)y(x + y + 1)dx + x(x + 3y + 2)dy = 0$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{y}$ ۲. $\frac{1}{x}$ ۳. x ۴. y

۵- اگر معادله $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ دارای عامل انتگرال ساز به صورت تابعی از $\mu = x + y^2$ باشد، آنگاه کدام کسر

تابعی از $\mu = x + y^2$ باید باشد؟

۱. $\frac{M_y - N_x}{N + 2xy}$ ۲. $\frac{M_y - N_x}{2yN - M}$ ۳. $\frac{M_y - N_x}{N - 2yM}$ ۴. $\frac{M_y - N_x}{2xy + M}$

۶- تغییر متغیرهای $p = \frac{dy}{dx}$ و $\frac{d^2y}{dx^2} = p \frac{dp}{dy}$ در حل کدامیک از معادلات زیر به کار می رود؟

۱. $xy'' = y'$ ۲. $y''' - y'' = x$ ۳. $y'' = y' + 2y$ ۴. $2xy'' = (y')$

۷- کدامیک از توابع داده شده مستقل خطی است؟

۱. e^{ax}, xe^{ax} ۲. $\cos x, 0, \sin x$ ۳. $4e^x, -e^x$ ۴. $x + 1, x + 2, x + 3$

۸- با روش تغییر پارامترها جواب خصوصی معادله $y'' + y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ کدام است؟

۱. $y_p = e^{-x}$ ۲. $y_p = 1 + e^{-x}$

۳. $y_p = u_1(x) \sin x + u_2(x)$ ۴. $y_p = u_1(x) \sin x + u_2(x) \cos x$

۹- جوابی از معادله $y'' - 2y' + y = 2e^x$ کدام صورت است؟

۴. $y_p = Ax^2 e^x$

۳. $y_p = Ae^{2x}$

۲. $y_p = Axe^x$

۱. $y_p = Ae^x$

۱۰- یک جواب خصوصی معادله $y'' - 3y' + 2y = e^{-x}$ کدام است؟

۴. $y_p = e^{-x}$

۳. $y_p = xe^{-x}$

۲. $y_p = 6e^{-x}$

۱. $y_p = \frac{1}{6}e^{-x}$

۱۱- هرگاه $g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ و $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^n$ و $f(x).g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$ آنگاه جمله سوم سری حاصلضرب یعنی c_3 کدام است؟

۴. 8

۳. 11

۲. 7

۱. 6

۱۲- $x=0$ نقطه معمولی کدام معادله است؟

۲. $y'' - \frac{x^2+1}{x}y' + \frac{1}{x}y = 0$

۱. $y'' - 2xy' + x^2y = 0$

۴. $x(x+1)y'' + 2(x+1)y' + xy = 0$

۳. $x^2y'' - x(\sin x)y' + (\cos x)y = 0$

۱۳- معادله $(x+1)^2 y'' + xy' - (x-1)y = 0$ را در نظر بگیرید کدام گزینه در مورد این معادله درست می باشد؟

۲. معادله دونقطه منفرد منظم دارد.

۱. معادله سه نقطه منفرد منظم دارد.

۴. معادله هیچ نقطه منفرد منظم ندارد.

۳. معادله یک نقطه منفرد منظم دارد.

۱۴- اگر $J_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+n}}{m! \Gamma(m+n+1)}$ توابع بسل از نوع اول باشند، کدام گزاره درست نیست؟

۱. تابع بسل $J_0(x)$ بر هر بازه ای بطول π یک صفر دارد.

۲. نخستین صفر $J_n(x)$ کوچکتر از n است.

۳. هر یک از توابع بسل $J_n(x)$ ($n=1,2,3,\dots$) در بازه $(0,+\infty)$ بینهایت صفر مثبت حقیقی دارد.

۴. تابع بسل $J_n(x)$ تنها صفرهای حقیقی دارد.

۱۵- کدام گزینه درست است؟

۱. $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = -2\sqrt{\pi}$ ۲. $\Gamma\left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{4}{3}\sqrt{\pi}$ ۳. $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{3}$ ۴. $\Gamma\left(\frac{-1}{2}\right) = -\sqrt{\pi}$

۱۶-

تبدیل معکوس تابع $\frac{s+1}{s^3+s}$ کدام است؟

۱. $1+\cos x+\sin x$ ۲. $1+\cos x-\sin x$ ۳. $1-\cos x+\sin x$ ۴. $-1+\cos x+\sin x$

۱۷- تبدیل لاپلاس تابع $x \sinh x$ عبارتست از:

۱. $\frac{1}{s^2-1}$ ۲. $\frac{2s}{(s^2-1)^2}$ ۳. $\frac{6s^2+2}{(s^2-1)^3}$ ۴. $\frac{s^2+2}{(s^2-1)^3}$

۱۸-

جواب معادله انتگرالی $f(t) = e^{-t} - 2 \int_0^t f(u) \cos(t-u) du$ کدام است؟

۱. $e^{-t}(1-t)$ ۲. $e^t(1+t)$ ۳. $e^t(1-t)$ ۴. $e^{-t}(1+t)$

۱۹- تبدیل لاپلاس معکوس کدامیک از توابع زیر با استفاده از کنولوسیون قابل محاسبه است؟

۱. $\frac{s}{s^2+1}$ ۲. $\frac{1}{s^2(s-a)}; s > a$ ۳. $\frac{e^{-4s}}{(s+2)^3}$ ۴. $\frac{e^{\pi}}{s^{13}}$

۲۰- معادله $(y')^3 + y^4 = x^5$

۱. مرتبه اول، درجه سوم است.
۲. مرتبه اول، درجه چهارم است.
۳. مرتبه سوم، درجه اول است.
۴. مرتبه چهارم، درجه پنجم است.

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- معادله دیفرانسیل $y' = \frac{x}{y^2 \sqrt{1+x^2}}$ را حل کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- جواب عمومی معادله $yy'' = 2(y')^2 - 2y'$ را بدست آورید؟

۱.۴۰ نمره

۳- بسط تیلر جواب های معادله $y'' - (x-2)y' - 2y = 0$ را در نقطه معمولی $x=2$ پیدا کنید.

۱.۴۰ نمره

۴- جواب عمومی معادله $2x^2 y'' + x(2x+1)y' - y = 0$ را بصورت سری توان حول نقطه $x_0 = 0$ بدست آورید؟



۱۰۴۰ نمره

۵- معادله انتگرالی زیر را حل کنید.

$$y(x) = x^3 + \int_0^x \sin(x-u)y(u)du$$