

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست

۱. کدامیک تابعی همگن از درجه ۲ است.

ب. $f(x, y) = x^2 y$

الف. $f(x, y) = x^2 y^2$

د. $f(x, y) = xy$

ج. $f(x, y) = xy^2$

۲. کدام تابع جواب معادله دیفرانسیل $y' = \frac{-y}{x}$ است.

ب. $x^2 + y^2 + 1 = 0$

الف. $y^2 - 1 = (x + 2)^2$

د. $y^2 = xe^x$

ج. $xy + 5 = 0$

۳. بازاء کدام مقدار برای r ، e^{rx} جواب معادله $y'' - y' - 2y = 0$ است.

د. ۲ -

ج. ۱

ب. ۱ -

الف. ۰

۴. مرتبه معادله دیفرانسیل $(y')^2 + y^2 = 0$ کدام است.

د. ۴

ج. ۲

ب. ۱

الف. ۰

۵. نوع معادله $ydx + (x + y^2)dy = 0$ کدام است.

د. برنولی

ج. کامل

ب. همگن

الف. جدا شدنی

۶. کدام گزاره درست نیست.

الف. هر معادله دیفرانسیل جدا شدنی، کامل است.

ب. هر معادله دیفرانسیل همگن قابل تبدیل به معادله ای جدا شدنی است.

ج. هر معادله دیفرانسیل کامل، جدا شدنی است.

د. هر معادله دیفرانسیل برنولی قابل تبدیل به معادله ای خطی است.

۷. کدامیک معادله کوشی - اوایلر است.

ب. $y' = x + x^2 y + x^3 y^2$

الف. $x^3 y''' + 3x^2 y'' + y = 0$

د. $\cos xy''' - \sin xy'' = 0$

ج. $3y''' - 4y'' = 5$

۸. کدامیک از معادلات زیر با داشتن یک جواب خصوصی قابل تبدیل به معادله دیفرانسیل مرتبه اول است.

د. کوشی - اوایلر

ج. برنولی

ب. کلرو

الف. ریکاتی

۹. کدامیک جواب معادله $y = y'x + (y')^2$ است. (c : مقدار ثابت)

ب. $y = x^2 + cx + c^2$

الف. $y = cx + c^2$

د. $y = c^2 x + c$

ج. $y = cx^3 - c$

۱۰. کدامیک از مجموعه‌های زیر وابسته خطی است.

الف. $\{\cos x, \sin x\}$ ب. $\{2e^x, -3e^x\}$

ج. $\{e^{2x}, xe^{2x}\}$ د. $\{e^{2x}, e^{3x}\}$

۱۱. کدامیک نقطه منفرد معادله $x'''(x''+1)y'' - x(x+1)y' - (x-1)y = 0$ است.

الف. ۰ ب. ۱ ج. -۱ د. هر سه مورد

۱۲. کدام گزینه در مورد تابع گاما درست نیست؟

الف. $\Gamma(n+1) = n!$ ب. $x\Gamma(x) = \Gamma(x+1)$

ج. $\Gamma(1) = 0$ د. $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

۱۳. کدام گزاره نادرست است.

الف. معادله بسل دارای یک نقطه منفرد منظم در $x = 0$ است.

ب. معادله بسل فاقد نقطه منفرد منظم است.

ج. تابع بسل $J_0(x)$ به هر بازه‌ای بطول π یک صفر دارد.

د. تابع بسل $J_n(x)$ تنها صفرهای حقیقی دارد.

۱۴. کدام معادله، کامل است.

الف. $xydx + y^2dy = 0$ ب. $ydx + (x + y^2)dy = 0$

ج. $ydx - xdy = 0$ د. $xydx + x^2dy = 0$

۱۵. یک عامل انتگرال ساز برای معادله $y' + 4xy = 4x$ عبارت است از :

الف. e^x ب. e^{-x^2} ج. e^{2x^2} د. $\ln x$

۱۶. کدام گزاره درست است.

الف. هر معادله برنولی با تغییر متغیر $z = y^{1-n}$ به معادله‌ای خطی تبدیل می‌شود.

ب. هر معادله برنولی با تغییر متغیر $z = \ln y^n$ به معادله‌ای جدا پذیر تبدیل می‌شود.

ج. هر معادله برنولی با تغییر متغیر $z = e^{-y^n}$ به معادله‌ای کامل تبدیل می‌شود.

د. هر معادله برنولی یک معادله کامل است.

۱۷. تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = e^{3t}$ کدام است.

الف. $\frac{3}{s}$ ب. $\frac{1}{3s}$ ج. $\frac{1}{s-3}$ د. $\frac{1}{s+3}$

۱۸. اگر تابع f روی $[a, b]$ قطعه‌ای پیوسته باشد آنگاه روی این فاصله
- الف. پیوسته است. ب. کراندار است. ج. مشتق پذیر است. د. متناوب است.
۱۹. اگر تابع از مرتبه‌ی نمایی f بر هر بازه‌ای به صورت $[0, T]$ قطعه‌ای پیوسته باشد و $F(s) = L[f](s)$ ، آنگاه کدام گزینه درست است.

$$\lim_{s \rightarrow 0} F(s) = 0 \quad \text{الف.}$$
$$\lim_{s \rightarrow 0} F(s) = f(0) \quad \text{ب.}$$
$$\lim_{s \rightarrow \infty} F(s) = 0 \quad \text{ج.}$$
$$\lim_{s \rightarrow \infty} F(s) = \infty \quad \text{د.}$$

۲۰. تبدیل معکوس لاپلاس $F(s) = \frac{(n-1)!}{s^n}$ کدام است.

الف. t^{n-1} ب. $\frac{1}{t^n}$ ج. t^{n+1} د. $\frac{1}{t^{n-1}}$

سوالات تشریحی:

۱. معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$y'' - 3y' + 2y = \sin(e^{-x})$$

۲. با استفاده از روش سریها یک جواب مسئله با مقدر اولیه زیر را بیابید.

$$y'' - (x+1)y' + x^2y = x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

۳. دستگاه مرتبه اول

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 2x_1t - x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = 2x_2t + x_1 \end{cases}$$

را حل کنید.

۴. الف) جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ را بیابید

ب) مسیرهای متعامد بر خانواده ۱- پارامتری منحنیهای $y = cx^5$ را بیابید

۵. $f(t)$ را از معادله انتگرالی زیر بدست آورید.

$$f(t) = 1 + 2 \int_0^t f(t-u) e^{-2u} du$$

$$(L[1] \equiv \frac{1}{s}, \quad L[t^n] = \frac{n!}{s^{n+1}}, \quad L[e^{at}] = \frac{1}{s-a})$$