

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست

۱. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y' = \frac{x - y + 1}{x - y - 1}$ کدام است؟

الف. $(x - y)^2 + 2(x + y) = c$ ب. $2(x - y) + (2x + y)^2 = c$

ج. $2(x - y) + (x + y)^2 = c$ د. $(x - y)^2 + (2x + y) = c$

جواب عمومی معادله دیفرانسیل $xdy - ydx = x^2 dy$ کدام است؟

الف. $y = cx(1 - x)$ ب. $xy = c(1 - x)$ ج. $(1 - x)y = cx$ د. $y = x(c - x)$

۳. کدامیک از توابع زیر همگن از درجه صفر است؟

الف. $x + \sqrt{xy}$ ب. $tg \frac{x}{y}$ ج. $x^2 + xy$ د. $x \sin \frac{x}{y}$

۴. معادله دیفرانسیل دسته منحنی $\ln \frac{x}{y} = cy + 1$ کدام است؟

الف. $y + xy' \ln \frac{y}{x} = 0$ ب. $y' + xy \ln \frac{y}{x} = 0$

ج. $y' + xy \ln \frac{x}{y} = 0$ د. $y + xy' \ln \frac{x}{y} = 0$

۵. مسیرهای قائم (متعامد) دسته منحنی $x^2 + y^2 = a^2$ کدام است؟

الف. $y = \frac{c}{x}$ ب. $y = cx^2$ ج. $y = e^{cx}$ د. $y = cx$

۶. اگر تابع g جوابی از معادله دیفرانسیل $y'' + 2y' - 15y = 0$ با شرایط اولیه $g(0) = 1$ ، $g'(0) = 0$ باشد، مقدار $g''(0)$ کدام است؟

الف. ۱۵ ب. ۱۳ ج. ۸ د. ۷

۷. جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $y''' + 3y'' + 3y' + y = xe^{-x}$ کدام است؟

الف. $y_p = Ax^2 e^{-x}$ ب. $y_p = (Ax + B)x^2 e^{-x}$

ج. $y_p = (Ax + B)x^3 e^{-x}$ د. $y_p = (Ax + B)xe^{-x}$

۸. جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $y'' - 3y' + 2y = \sin(e^{-x})$ کدام است؟

الف. $2x \sin(e^{-x})$ ب. $e^{2x} \cos(e^{-x})$ ج. $-e^{2x} \cos(e^{-x})$ د. $-e^{2x} \sin(e^{-x})$

۹. رونسکین جواب های معادله ی دیفرانسیل $4y'' - 8y' + 3y = 0$ کدام است؟

الف. e^x ب. $e^{\frac{3}{2}x}$ ج. e^{2x} د. $-e^{\frac{5}{2}x}$

۱۰. اگر سری $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جواب معادله دیفرانسیل $y(0) = 1$, $(1+x)y' = 3y$ باشد آنگاه مقدار a_3 کدام است؟

- الف. ۱ ب. $\frac{3}{2}$ ج. ۳ د. $\frac{5}{3}$

۱۱. نقاط $x = 0$, $x = 2$ برای معادله دیفرانسیل $y'' - y' \sin x + y = 0$ چه نقاطی هستند؟
 الف. $x = 0$ نقطه ی منفرد نامنظم و $x = 2$ نقطه ی منفرد منظم است.
 ب. $x = 0$ نقطه ی منفرد منظم و $x = 2$ نقطه ی منفرد نامنظم است.
 ج. هر دو نقطه منفرد منظم است.
 د. هر دو نقطه منفرد نامنظم است.

۱۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x^2 y'' + xy' - y = 0$ کدام است؟

- الف. $y = c_1 x + \frac{c_2}{x^2}$ ب. $y = c_1 + \frac{c_2}{x}$
 ج. $y = c_1 x + \frac{c_2}{x}$ د. $y = c_1 + \frac{c_2}{x^2}$

۱۳. اگر $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جوابی به صورت سری توانی برای مسئله با مقدار اولیه $y(0) = y'(0) = 1$, $y'' + xy = 0$ باشد آنگاه ضریب x^3 کدام است؟

- الف. $-\frac{1}{6}$ ب. $-\frac{1}{4}$ ج. $\frac{1}{3}$ د. $\frac{1}{2}$

۱۴. اگر $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جواب معادله ی $y'' - xy' + y = 0$ باشد آنگاه :

- الف. $a_{n+2} = \frac{n-2}{(n+2)(n+1)} a_n$ ب. $a_{n+2} = \frac{n-1}{(n+2)(n+1)} a_n$

- ج. $a_{n+1} = \frac{n-2}{(n+2)(n+1)} a_n$ د. $a_{n+1} = \frac{n-1}{(n+2)(n+1)} a_n$

۱۵. تعداد جوابهای دستگاه $\begin{cases} (D+1)x_1 + (D+1)x_2 = 0 \\ (D-1)x_1 + (D-1)x_2 = 0 \end{cases}$ کدام است؟

- الف. جواب ندارد ب. تنها یک دسته جواب دارد
 ج. دو دسته جواب دارد د. بی نهایت جواب دارد

تعداد سؤال: نسی

نام درس: معادلات دیفرانسیل

زمان امتحان: تستی و تکمیلی

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - فیزیک - مهندسی کامپیوتر

کد درس: ۲۴۱۰۹۱ - ۲۱۱۱۰۹ - ۲۶۱۰۶۲

تعداد کل صفحات: ۳

۱۶. جواب عمومی دستگاه
$$\begin{cases} (2D-1)x_1 + (D+4)x_2 = 1 \\ Dx_1 - Dx_2 = t-1 \end{cases}$$
 دارای چند ثابت اختیاری است؟

الف. دو ثابت اختیاری ب. یک ثابت اختیاری ج. سه ثابت اختیاری د. ثابت اختیاری ندارد

۱۷. تبدیل لاپلاس تابع $\int_0^t (x + e^x) dx$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{s^3} + \frac{1}{s(s-1)}$ ب. $\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1}$ ج. $\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s-1}$ د. $\frac{1}{s^3} - \frac{1}{s(s-1)}$

۱۸. $F(s) = \frac{1}{s+3}$ تبدیل لاپلاس کدام تابع است؟

الف. e^{-3t} ب. e^{3t} ج. $\frac{1}{3}e^t$ د. $-\frac{1}{3}e^t$

۱۹. اگر $F(s)$ تبدیل لاپلاس $f(t)$ باشد آنگاه حاصل $\lim_{s \rightarrow \infty} F(s)$ کدام است؟

الف. یک ب. صفر ج. وجود ندارد د. ∞

۲۰. تبدیل معکوس $\frac{1}{s^2 - 4s + 5}$ کدام است؟

الف. $e^{-2t} \sin t$ ب. $e^{2t} \cos t$ ج. $e^{-2t} \cos t$ د. $e^{2t} \sin t$

سوالات تشریحی :

۱. یک عامل انتگرال‌ساز برای معادله دیفرانسیل $(x^2 + y^2)dy + (2xy + x^2y + \frac{y^3}{3})dx = 0$ پیدا کنید.

۲. جواب خصوصی (آزمایشی) معادله دیفرانسیل $y'' - 9y = e^{3x} + \sin 3x$ را پیدا کنید.

۳. دو ریشه ی معادله ی شاخص معادله ی دیفرانسیل $4x^2y'' - 5xy' + 2xy = 0$ را بدست آورید.

۴. تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 4 \\ 5, & 4 \leq t < 5 \\ t^2, & t \geq 5 \end{cases}$ را پیدا کنید.

۵. اگر $L[f(t)] = \frac{1}{\sqrt{2s+3}}$ آنگاه مطلوبست محاسبه $f(t)$.