

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ---

مجاز است.

منبع: ---

پیامبر اعظم (ص): روزه سپر آتش جهنم است.

۱. کدام یک از معادلات دیفرانسیل زیر جدایی پذیرند؟

الف. $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2y}$ ب. $3xy^2y' = 4y^3 - x^2$

ج. $(x - \cos y)y' = 1$ د. $\cos^2 x \frac{dy}{dx} = y^2(y-1)\sin x$

۲. جواب معادله دیفرانسیل کامل $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ برابر است با :

الف. $f(x, y) = c$ با شرط $\frac{\partial f}{\partial x} = M, \frac{\partial f}{\partial y} = N$

ب. $f(x, y)$ با شرط $\frac{\partial f}{\partial x} = M, \frac{\partial f}{\partial y} = N$

ج. $f(x, y)$ با شرط $\frac{\partial f}{\partial x} = N, \frac{\partial f}{\partial y} = M$

د. $f(x, y) = c$ با شرط $\frac{\partial f}{\partial x} = N, \frac{\partial f}{\partial y} = M$

۳. معادله دیفرانسیل برنولی به ازای $n = 0$ تبدیل به معادله ... می شود.

الف. خطی مرتبه اول ب. جدایی پذیر ج. همگن د. خطی مرتبه دوم

۴. کدام گزینه جواب بدیهی برای هر معادلات خطی همگن درجه دوم است؟

الف. $c_1y_1(x) + c_2y_2(x)$ که y_1, y_2 دو جواب معادله است و $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

ب. تابع ثابت $y = 0$.

ج. $y = e^{mx}, y = e^{nx}$ که در آن c_1, c_2 جواب های متمایز معادله مشخصه نظیر هستند.

د. تابع $y = e^{cx}$ که $c \in \mathbb{R}$.

۵. اگر معادله مشخصه $r^2 + pr + q = 0$ دارای ریشه‌های موهومی $\pm i\alpha$ باشد، جواب عمومی معادله دیفرانسیل نظیر

چیست؟

$$y = c_1 \cos \alpha x + c_2 \sin \alpha x. \quad \text{ب.} \quad y = c_1 \cos(i\alpha x) + c_2 \sin(i\alpha x). \quad \text{الف.}$$

$$y = c_1 e^{\alpha x} + c_2 x e^{\alpha x} \quad y = c_1 e^{\alpha x} + c_2 e^{-\alpha x}$$

۶. کدام گزینه صورت کلی معادله کوشی-اویلر است؟

$$(1-x^p)y''-pxy'+p(p+1)y=0; p \in \mathbb{R} \cup \quad y'+p(x)y=q(x)y^n; n \neq 0, 1, \text{الف.ا.}$$

$$x^p y'' + pxy' + qy = 0; p, q \in \mathbb{R} \quad x^p y'' + xy' + (x^p - p^p)y = 0; p \neq 0.$$

۷. کدام یک نادرست است؟

الف. هرگاه $y_p(x)$ یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل خطی غیرهمگن $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$

و $y_g(x)$ جواب عمومی معادله خطی همگن وابسته به آن باشد، آن گاه $y = y_g(x) + y_p(x)$ جواب عمومی معادله خطی غیرهمگن است.

ب. اگر $y_1(x), y_2(x)$ دو جواب معادله خطی غیرهمگن $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$ باشند، آن گاه

$y = y_1(x) - y_p(x)$ یک جواب معادله دیفرانسیل همگن وابسته به این معادله است.

ج. هرگاه $y_p(x), y_1(x)$ دو جواب معادله همگن $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ در فاصله $[a, b]$ باشد،

$y(x) = c_1 y_1(x) + c_2 y_2(x)$ جواب عمومی معادله همگن فوق در $[a, b]$ است.

د. هر ترکیب خطی، از دو جواب معادله همگن $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ ، نیز جوابی از معادله است.

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/کد درس: شیمی ۱۱۱۱۰۲۶

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۱۰۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: ---

۸. کدام گزینه حاصل ضرب سری $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ در $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ را نشان می دهد:

الف. $\sum_{n=0}^{+\infty} c_n$ که در آن $c_n = \sum_{k=0}^n a_{n+k} b_k$ ب. $\sum_{n=0}^{+\infty} c_n$ که در آن $c_n = \sum_{k=0}^n a_{n-k} b_k$

ج. $\sum_{n=0}^{+\infty} c_n$ که در آن $c_n = \sum_{k=0}^{+\infty} a_k b_{n+k}$ د. $\sum_{n=0}^{+\infty} c_n$ که در آن $c_n = \sum_{k=0}^{+\infty} a_k b_{n-k}$

۹. جواب معادله دیفرانسیل $xy' + y \ln x = y \ln y + y$ برابر است با:

الف. $y = c x e^x$ ب. $y = x^p e^x + c$ ج. $y = x e^x + c$ د. $y = x e^{cx}$

۱۰. فاکتور انتگرال معادله $(1+x^p)dy - (Tan^{-1}x - y)dx = 0$ برابر است:

الف. $\frac{1+x^p}{e^{Tan^{-1}x}}$ ب. $\frac{1+y^p}{e^{Tan^{-1}y}}$ ج. $\frac{e^{Tan^{-1}x}}{1+x^p}$ د. $\frac{Tan^{-1}x}{1+x^p}$

۱۱. مسیر متعامد دسته منحنی $y = c e^{p x}$ که از نقطه $(1, 2)$ می گذرد، کدام است؟

الف. $y^p + x = 5$ ب. $3y^p - 2x = 10$ ج. $2y^p + 3x = 11$ د. $3y^p + 2x = 14$

۱۲. معادله دسته منحنی های گذرنده از مبدأ مختصات با معادله دیفرانسیل $y'' - 4y' + 5y = 0$ کدام است؟

الف. $y = A e^{p x} \sin x$ ب. $y = A e^x \sin 2x$

ج. $y = A e^{p x} (\cos x - 1)$ د. $y = A e^x (\cos 2x - 1)$

کد سری سوال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: ---

۱۳. معادله مرتبه دومی با ضرایب ثابت که دو جواب مستقل خطی از آن $e^x \sin 2x$ و $e^x \cos 2x$ باشند؛ کدام است؟

الف. $y'' + 2y' - 5y = 0$ ب. $y'' + 2y' + 5y = 0$

ج. $y'' - 2y' - 5y = 0$ د. $y'' - 2y' + 5y = 0$

۱۴. معادله $y'' + y = 0$ با شرایط $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$ مفروض است، مقدار y در $x = \frac{\pi}{2}$ برابر است با:

الف. ۰ ب. π ج. $-\pi$ د. ۱

۱۵. جواب عمومی معادله $x^2 y'' - xy' + 5y = 0$ برابر است با:

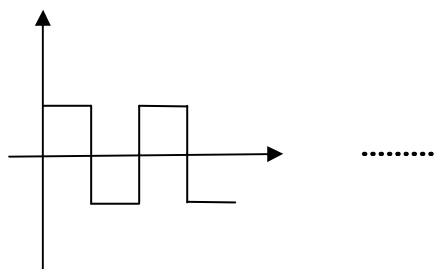
الف. $y = c_1 x \cos(2 \ln x) + c_2 x \sin(2 \ln x)$

ب. $y = c_1 x \cos(x^2) + c_2 x \sin(x^2)$

ج. $y = c_1 \cos(2 \ln x) + c_2 \sin(2 \ln x)$

د. $y = c_1 \cos(x^2) + c_2 \sin(x^2)$

۱۶. کدام گزینه تبدیل لاپلاس شکل روبرو (تغییرات تا بینهایت ادامه دارد) را ارائه می کند؟



الف. $F(s) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{e^{-is}}{s}$

ب. $F(s) = \frac{1}{s} - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i e^{is}}{s}$

ج. $F(s) = \frac{1}{s} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i e^{is}}{s}$

د. $F(s) = \frac{1}{s} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i e^{-is}}{s}$

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: ---

۱۷. کدام یک از روابط زیر در تبدیل لاپلاس صحیح است؟

$$\text{الف. } L\{x \frac{d^p y}{d x^p}\} = -s^p \frac{d Y}{d s} + p s Y + y(0)$$

$$\text{ب. } L\{x \frac{d^p y}{d x^p}\} = s^p \frac{d Y}{d s} + p s Y + y(0)$$

$$\text{ج. } L\{x \frac{d^p y}{d x^p}\} = s^p \frac{d Y}{d s} - p s Y + y(0)$$

$$\text{د. } L\{x \frac{d^p y}{d x^p}\} = -s^p \frac{d Y}{d s} - p s Y + y(0)$$

۱۸. کدام یک از توابع زیر یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $(y')^p = 4y^p$ است؟

$$\text{د. } 2 \sinh 2x + 3 \cosh 2x$$

$$\text{ج. } \cosh 2x$$

$$\text{ب. } \sinh 2x$$

$$\text{الف. } 3e^{2x}$$

۱۹. اگر $y(x)$ جوابی از معادله دیفرانسیل $y''' + x y' - e^x y^2 = 1$ باشد که در شرایط

اولیه $y(0) = 3, y'(0) = 2, y''(0) = 1$ صدق می کند، آنگاه $y^{(4)}(0)$ کدام است؟

د. ۱ -

ج. ۶

ب. ۳

الف. ۷

۲۰. شکل جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $\frac{d^3 y}{dx^3} + 4 \frac{dy}{dx} = 5x \cos 2x$ به چه شکل است؟

الف. $y = (A_0 x + A_1) \cos 2x + (B_0 x + B_1) \sin 2x$

ب. $y = x \{ A_0 x + A_1 \cos 2x + A_2 \sin 2x \}$

ج. $y = x \{ A_0 x \cos 2x + A_1 x \sin 2x \}$

د. $y = x \{ (A_0 x + A_1) \cos 2x + (B_0 x + B_1) \sin 2x \}$

سوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. مسیرهای متعامد بر خانواده دوایری به معادله $x^2 + y^2 = r^2$ را تعیین کنید.

۲. جواب عمومی معادله $y'' + y' - 2y = 4 \cos 2x$ را به روش ضرایب نامعین پیدا کنید.

۳. معادله دیفرانسیل $y'' - xy - y = 0$ را به کمک سری ها حل کنید.

۴. مسأله مقدار اولیه زیر را بکمک تبدیلات لاپلاس و وارون آن حل نمایید:

$$y''(t) - 2y'(t) + 5y(t) = e^t, \quad y(0) = y'(0) = 0$$

۵. دستگاه خطی همگن ذیل را حل کنید:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = x - y \end{cases}$$