

* استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱. یک جواب معادله $y' = (x + y)^2$ کدام است؟

الف. $(x + y) \operatorname{tg} x$ ب. $\operatorname{tg} x$ ج. $\operatorname{tg} x - x$ د. $x \operatorname{tg} x$

۲. معادله دیفرانسیل $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) dx + \frac{ax}{y^2} dy = 0$ کامل است، مقدار a کدام است؟

الف. ۱ ب. ۲ ج. -۱ د. -۲

۳. اگر $Z = x^m y^n$ یک عامل انتگرال ساز برای معادله $xdy + x(1 - 3x^2 y^2)dy = 0$ باشد آنگاه n, m کدام هستند؟

الف. $m = n = -2$ ب. $m = -2, n = -3$ ج. $m = n = -3$ د. $m = -3, n = -2$

۴. کدامیک از معادلات دیفرانسیل زیر از مرتبه دو است؟

الف. $(y')^2 + xy = 0$ ب. $y' + y^2 x - x = 2y$

ج. $x(y'')^3 + y = 0$ د. هیچکدام

۵. مسیرهای قائم بر خانواده منحنی‌های $1 = x^2 + \frac{y^2}{b^2}$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}y^2 = x + c$ ب. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}xy^2 = x + c$

ج. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = \ln x + \ln c$ د. $x^2 + y^2 = \ln(cx)$

۶. کدامیک از مجموعه‌های زیر وابسته خطی است؟

الف. $\{1, e^x, e^{2x}\}$ ب. $\{\sin x, \cos x\}$ ج. $\{e^x, xe^x\}$ د. $\{1, \cos 2x, \sin^2 x\}$

۷. ضریب y, y' در معادله دیفرانسیل مرتبه دومی که دو جواب خصوصی آن e^{-x}, e^{2x} است، به ترتیب کدام است؟

الف. -۳، -۲ ب. ۱، ۲ ج. -۲، ۱ د. -۲، -۱

۸. کدامیک از موارد زیر جواب صحیح معادله $y'' - 2y' + y = 0$ است؟ (A, B) مقادیر ثابت هستند

الف. $y = Ae^x + Be^{-x}$ ب. $y = Ae^x + Bxe^x$

ج. $y = Ae^x + Bxe^{-x}$ د. $y = Ae^x + Be^{2x}$

۹. جواب عمومی معادله $xy''' - y'' = 0$ کدام است؟

الف. $y = c_1 x^3 + c_2 x^2 + c_3 x + c_4$ ب. $y = c_1 x^3 + c_2 x^2 + c_3 x$

ج. $y = c_1 x^3 + c_2 x^2 + c_3$ د. $y = c_1 x^3 + c_2 x + c_3$

تعداد سؤال: نسی

نام درس: معادلات دیفرانسیل

زمان امتحان: تستی و تکمیلی

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - فیزیک - مهندسی کامپیوتر - صنایع

تعداد کل صفحات: ۳

کد درس: ۲۴۱۰۹۱-۲۱۱۱۰۹-۲۶۱۰۶۲-۲۶۴۱۲

۱۰. هرگاه $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جوابی بصورت سری توانی برای مسئله با مقدار اولیه $y'' - 2xy' + 8y = 0$ باشد آنگاه

مقدار ضریب a_4 کدام است؟

- الف. ۱/۰ ب. ۴۸- ج. ۲۴- د. ۷۲

۱۱. ریشه‌های معادله شاخص معادله دیفرانسیل $x(x-1)y'' + (3x-1)y' + y = 0$ در نقطه $x = 0$ کدام است؟

- الف. ریشه مضاعف صفر ب. ۱، ۱- ج. ۱/۲، ۰ د. ۳/۵، -۱

۱۲. بسط سری مک لورن $\frac{1}{1-x^2}$ کدام است؟

- الف. $\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$ ب. $\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$ ج. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$ د. $\sum_{n=0}^{\infty} (-x^2)^n$

۱۳. شعاع همگرایی $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ کدام است؟

- الف. صفر ب. ۱ ج. ۱/۲ د. ۲

۱۴. نقاط منفرد منظم معادله دیفرانسیل $x^2 y'' - xy' + (1-x)y = 0$ کدام است؟

- الف. صفر ب. ۱ ج. -۱ د. ندارد

۱۵. جواب عمومی دستگاه معادلات $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 4y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$ دارای چند ثابت اختیاری است؟

- الف. ۱ ب. ۲ ج. ۳ د. هیچ ثابت اختیاری ندارد.

۱۶. در مورد دستگاه معادلات $\begin{cases} Dx_1 - Dx_2 = t \\ Dx_1 - Dx_2 = t^2 \end{cases}$ کدام گزینه صحیح است؟

- الف. جواب ندارد. ب. بی‌نهایت جواب دارد. ج. تنها یک جواب دارد. د. هیچکدام

۱۷. تبدیل لاپلاس $f(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$ کدام است؟

- الف. $\sqrt{\frac{\pi}{s}}$ ب. $\frac{\pi}{s}$ ج. $\frac{\sqrt{\pi}}{s}$ د. $\frac{\pi}{\sqrt{s}}$

۱۸. هرگاه $y'' - y' + y = t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ آنگاه تبدیل لاپلاس y کدام است؟

- الف. $\frac{S-1}{S^2(S^2-S+1)}$ ب. $\frac{S+1}{S^2(S^2-S+1)}$ ج. $\frac{1}{S^2(S-1)}$ د. $\frac{1}{S^2(S^2-S+1)}$

۱۹. تبدیل معکوس تابع $\frac{S+1}{S^3+S}$ کدام است؟

الف. $1 + \cos t + \sin t$ ب. $1 + \cos t - \sin t$ ج. $1 - \cos t + \sin t$ د. $-1 + \cos t + \sin t$

۲۰. تبدیل لاپلاس $2e^{-2t} \sin 2t$ کدام است؟

الف. $2[(S+1)^2+4]^{-1}$ ب. $2[(S+1)^2+4]^{-1}$
ج. $[(2S+1)^2+4]^{-1}$ د. $4[(S+2)^2+4]^{-1}$

«سوالات تستی»

۱. جواب معادله دیفرانسیل $y'' + y = y^2(\cos x - \sin x)$ را پیدا کنید.

۲. معادله دیفرانسیل $y'' - 4y = x$ را حل کنید.

۳. برای معادله دیفرانسیل $x''(x'' - 4)y'' + 2x'''y' + 3y = 0$ تعیین کنید که نقطه در بی‌نهایت، یک نقطه معمولی یا یک نقطه منفرد منظم است؟ چرا؟

۴. دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 2x_1t - x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = 2x_2t + x_1 \end{cases}$$

۵. معادله انتگرالی $f(t) = t^2 + \int_0^t \sin(t-u)f(u)du$ را حل کنید.

۲۹۱۰۶۲ کامپیوتر
۲۱۱۱۰۹ فیزیک
۲۴۰۴۱ ریاضی

دانشگاه پیام نور

کلید

تعداد: ۲۵

پاسخ سوالات تشریحی درس معادلات دفرانسیل

رشته: ریاضی - فیزیک - کامپیوتر

سال تحصیلی ۸۵-۸۶ نیمسال اول ○ نیمسال دوم ⊙

توضیح طراح سؤال

بارم ۲/۲

شماره صفحه				پاسخ سوالات تکمیلی			
A	B	C	D	A	B	C	D
۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴
الف	ب	ج	د	الف	ب	ج	د
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	۳۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	۳۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	۳۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	۳۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	۳۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	۳۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	۳۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۳۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	۳۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۴۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۴۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	۴۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۴۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۴۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۴۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۴۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۴۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	۴۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	۴۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	۵۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۵۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۵۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۵۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۵۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۵۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۵۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۵۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۵۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۵۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	۶۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

شماره صفحه کتاب	بارم	نیمت سوم	نیمت دوم	نیمت اول
۱				
۲				
۳				
۴				
۵				

لطفاً کلید سوالات را به همراه اوراق امتحانی دانشجویان و سوابق آزمون نهایی و میان ترم به اداره آموزش تحویل فرمایند.

پاسخ سوالات تشریحی درس معادلات دیفرانسیل رشته: ریاضی-فیزیک کامپیوتر صفحه: ۱

محرمانه مستقیم

توضیح طراح سوال

بارم: ۲

نیمسال دوم

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰ نیمسال اول

$$y^{-2} \frac{dy}{dx} + y^{-1} = \cos x - \sin x$$

۱۸

$$z = y^{-1} \rightarrow \frac{dz}{dx} = -y^{-2} \frac{dy}{dx}$$

$$\therefore -\frac{dz}{dx} + z = \cos x - \sin x \rightarrow z' - z = \sin x - \cos x$$

$$P = e^{\int -1 dx} = e^{-x}$$

$$\frac{1}{y} = z = e^x \left[\int (\sin x - \cos x) e^{-x} dx + c \right] \Rightarrow \boxed{\frac{1}{y} = -\sin x + c e^x}$$

$$r^2 - 4 = 0 \Rightarrow r = \pm 2 \Rightarrow y_c = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$$

۱۹

$$y_p = A_1 + A_2 x$$

$$y_p' = A_2, y_p'' = 0$$

$$0 - 4(A_1 + A_2 x) = x \Rightarrow \begin{cases} -4A_1 = 0 \rightarrow A_1 = 0 \\ -4A_2 = 1 \rightarrow A_2 = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow y_p = -\frac{1}{4}x$$

$$\therefore \boxed{y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x} - \frac{1}{4}x}$$

$$y'' + \frac{2x}{x^2 - 4} y' + \frac{3}{x^2(x^2 - 4)} y = 0$$

۲۰

$$t = \frac{1}{x}$$

$$P(t) = \frac{2}{t} - \frac{1}{t^2} \left[\frac{t}{t^2 - 4} \right] = \frac{-1t}{1 - 4t^2}$$

$$Q(t) = \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{1 - 4t^2} = \frac{1}{1 - 4t^2}$$

$$\Rightarrow y'' + \frac{-1t}{1 - 4t^2} y' + \frac{3}{1 - 4t^2} y = 0$$

چون $t = 0$ یک نقطه معولی معادله دیفرانسیل است پس معادله دیفرانسیل داده شده دارای یک

hdaneshjoo.ir

پاسخ سوالات تشریحی درس:

مکاتبات دفرانسیل

رشته: ریاضی - فزیک - ۵۰ سیویر صفحه: ۱

نیمسال دوم

سال تحصیلی ۱۳۹۱-۹۲ نیمسال اول

$$\frac{dx_1}{x_1} = (rt-1) dt \xrightarrow{\int} \ln x_1 = \frac{r}{2}t^2 - t + C_1 \rightarrow \boxed{x_1 = K_1 e^{\frac{r}{2}t^2 - t}} \quad (۴ع)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = rx_2 + K_1 e^{\frac{r}{2}t^2 - t} \rightarrow \frac{dx_2}{dt} - rx_2 = K_1 e^{\frac{r}{2}t^2 - t} \quad \text{حقی مرتب ادا}$$

$$\rho = e^{\int -rt dt} = e^{-\frac{r}{2}t^2}$$

$$x_2 = e^{\frac{r}{2}t^2} \left[\int e^{-\frac{r}{2}t^2} K_1 e^{\frac{r}{2}t^2 - t} dt + K_2 \right] \Rightarrow \boxed{x_2 = e^{\frac{r}{2}t^2} \left[-K_1 e^{-t} + K_2 \right]}$$

$$L[f] = \frac{r}{s^3} + \frac{1}{s^2+1} L[f]$$

(۵ع)

$$\Rightarrow \frac{s^2}{s^2+1} L[f] = \frac{r}{s^3} \Rightarrow L[f] = \frac{r}{s^3} + \frac{r}{s^5}$$

$$\Rightarrow \boxed{f(t) = t^2 + \frac{1}{12} t^4}$$