

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. کدام تابع داده شده جواب معادله دیفرانسیل $xy' = y + x^2 + y^2$ می‌باشد؟

ب. $y = x \tan x$

الف. $y = \sin^{-1} xy$

د. $y = \tan^{-1} x$

ج. $y + \sin y = x$

۲. معادله $ydx + xdy = 0$:

ب. همگن است ولی جداشدنی نیست.

الف. جداشدنی است ولی همگن نیست.

د. نه جداشدنی و نه همگن است.

ج. هم همگن و هم جداشدنی است.

۳. کدام معادله دیفرانسیل کامل می‌باشد؟

ب. $(2x - y)dx + (x + 3y^2)dy = 0$

الف. $(2x + 2y)dx = (x + 3y^2)dy$

د. $(2x + y)dx + (x + 3y^2)dy = 0$

ج. $(2x + y)dx + (3y^2 - x)dy = 0$

۴. معادله $N(x, y)dx + M(x, y)dy = 0$ کامل است، هرگاه:

ب. $\frac{\partial N}{\partial y} = \frac{\partial M}{\partial x}$

الف. $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

د. $\frac{\partial N}{\partial y} = -\frac{\partial M}{\partial x}$

ج. $\frac{\partial M}{\partial y} = -\frac{\partial N}{\partial x}$

۵. عامل انتگرال‌ساز معادله مرتبه اول خطی $y' + q(x)y = p(x)$ کدام است؟

ب. $e^{\int q(x)dx}$

الف. $e^{\int p(x)dx}$

د. $e^{-\int q(x)dx}$

ج. $e^{-\int p(x)dx}$

۶. معادله $y' = p(x) + q(x)y + h(x)y^2$ کدام نوع معادله است؟

ب. ریکاتی

الف. برنولی

ج. کلرو

د. مرتبه اول خطی



۷. معادله مرتبه دوم $f(y, y', y'') = 0$ با کدام تغییر متغیر قابل حل می‌باشد؟

الف. $y'' = \frac{dp}{dx}, y' = p$ ب. $y'' = \frac{dp}{dy}, y' = p$

ج. $y'' = p \frac{dp}{dy}, y' = p$ د. $y'' = p \frac{dp}{dx}, y' = p$

۸. کدام معادله دیفرانسیل کشى - اویلر می‌باشد؟

الف. $x^2 y'' + xy' + y = x^3$ ب. $y'' + xy' + x^2 y = x^3$

ج. $x^2 y'' + y' + y = x^3$ د. $xy'' + y' + y = x^3$

۹. اگر $y'' - y' = 1 + x^2$ آنگاه جواب خصوصی به کدام نوع می‌باشد؟

الف. $y_p = B_0 + B_1 x + B_2 x^2$ ب. $y_p = B_0 + B_1 x^2$

ج. $y_p = B_0 x + B_1 x^2 + B_2 x^3$ د. $y_p = B_0 x + B_1 x^3$

۱۰. معادله کشى - اویلر را می‌توان با کدام تغییر متغیر حل کرد؟

الف. $x = e^t$ ب. $t = e^x$ ج. $y' = p$ د. $x = \ln t$

۱۱. شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} (x-2)^n$ کدام مقدار است؟

الف. $R = 1$ ب. $R = 2$ ج. $R = 0$ د. $R = +\infty$

۱۲. تعداد نقاط منفرد معادله دیفرانسیل $x^2(x^2 - 4)y''' + (x+1)y' + (x-1)y = 0$ چند نقطه است؟

الف. یک نقطه ب. دو نقطه ج. سه نقطه د. چهار نقطه

۱۳. معادله ديفرانسیل $(1-x^2)y'' - 2xy' + p(p+1)y = 0$ مشهور به کدام معادله است؟

الف. بسل ب. کشی - اوایلر ج. ریکاتی د. لژاندر

۱۴. معادله شاخص معادله ديفرانسیل $x^2 y'' + xp(x)y' + q(x)y = 0$ کدام معادله است؟

الف. $f(s) = s^2 - (1-p_0)s + q_0$ ب. $f(s) = s^2 + (q_0 - 1)s + p_0$

ج. $f(s) = s^2 + (p_0 + 1)s + q_0$ د. $f(s) = s^2 + (1 - q_0)s + p_0$

۱۵. کدام گزینه نادرست است؟

الف. $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$ ب. $\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = -2\sqrt{\pi}$

ج. $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ د. $\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{2\sqrt{\pi}}{3}$

۱۶. جواب دستگاه $\begin{cases} Dx + Dy = t \\ 2Dx + (D-1)y = t-1 \end{cases}$ چند پارامتر ثابت دارد؟

الف. یک ب. دو ج. سه د. چهار

۱۷. کدام گزینه نادرست است؟

الف. $L(e^{3x}) = \frac{1}{s-3}$ ب. $L(x^4) = \frac{24}{s^5}$

ج. $L(x^{-\frac{1}{2}}) = \sqrt{\frac{\pi}{s}}$ د. $L(\cosh 2x) = \frac{s}{s^3 + 4}$



۱۸. مقدار $L(e^{px} \sin 5x)$ کدام مقدار است؟

الف. $\frac{5}{(s-2)^2 - 25}$

ب. $\frac{2}{(s-5)^2 + 4}$

ج. $\frac{5}{(s-2)^2 + 25}$

د. $\frac{2}{(s-5)^2 - 4}$

۱۹. مقدار $L(x \cos x)$ کدام مقدار است؟

الف. $\frac{s^2 - 1}{(s^2 + 1)^2}$

ب. $\frac{s^2 + 1}{(s^2 - 1)^2}$

ج. $\frac{2s}{(s^2 + 1)^2}$

د. $\frac{2s}{(s^2 - 1)^2}$

۲۰. مقدار $L^{-1}\left(\frac{2s+3}{(s+1)(s+2)}\right)$ کدام مقدار است؟

الف. $e^{-x} + e^{2x}$

ب. $e^x + e^{-2x}$

ج. $e^{-x} + e^{-2x}$

د. $e^x + e^{2x}$

«سوالات تشریحی»

بارم هر سؤال ۲ نمره می‌باشد.

۱. معادله دیفرانسیل $y' = \frac{x+y+4}{x-y-6}$ را تبدیل به همگن کرده و حل کنید.

۲. معادله $y'' + 4y = \tan 2x$ را به روش تغییر پارامتر حل کنید.



۳. جواب معادله $y'' - xy' + 2y = 0$ را بر حسب سری توانی حول نقطه $x = 0$ حل کنید.

۴. دستگاه زیر را بر روش عملگر D حل کنید.

$$\begin{cases} 2Dx - x + Dy + 4y = 1 \\ Dx - Dy = t - 1 \end{cases}$$

۵. معادله $y'' + y' = 3x^2$ با شرایط $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ را به روش تبدیل لاپلاس حل کنید.