

۱. معادله $y' - 2 = 2xe^{-y}$ با تغییر متغیر $u = e^y$ به کدامیک از معادلات زیر تبدیل می‌گردد:

- الف. خطی ب. برنولی ج. جدشدنی د. ریکاتی

۲. اگر در معادله $y' = \frac{3x^2}{x^3 + y + 1}$ جای x و y را عوض کنیم به کدام معادله می‌رسیم:

- الف. خطی ب. برنولی ج. همگن از درجه صفر د. جدشدنی

۳. یک فاکتور انتگرال‌ساز برای معادله $(x \sin y + y \cos y)dx + (x \cos y - y \sin y)dy = 0$ کدام است؟

- الف. $\sin y$ ب. e^y ج. e^x د. $\sin x$

۴. اگر عبارت $x^\alpha \cdot y^\beta$ یک فاکتور انتگرال‌ساز معادله $(1 - xy)y' + y^2 + 3xy^3 = 0$ باشد مقدار α و β کدام است؟

- الف. $\alpha = 0, \beta = 3$ ب. $\alpha = 0, \beta = -3$ ج. $\alpha = 1, \beta = -1$ د. $\alpha = \beta = 1$

۵. دسته منحنی متعامد بر مسیرهای $y = e^x + c$ کدام است؟

- الف. $y = e^x + c$ ب. $y = e^{-x} + c$ ج. $y = -e^{-x} + c$ د. $y = -e^x + c$

۶. جواب عمومی معادله $y' + 2xy = 2x$ کدام است؟

- الف. $x^2 + \ln(1 - y) = c$ ب. $x^2 - \ln(1 - y) = c$ ج. $x^2 + e^{1-y} = c$ د. $x^2 - e^{1-y} = c$

۷. معادله $(2x + 1)^2 y'' + (2x + 1)y' + 3y = 0$ با کدام تغییر متغیر به یک معادله با ضرایب ثابت تبدیل می‌گردد:

- الف. $x = 2t + 1$ ب. $x = e^t$ ج. $2x + 1 = \ln t$ د. $x = \frac{e^t - 1}{2}$

۸. اگر $y_1 = \lambda y_2 + (1 - \lambda)y_3$ آنگاه رونسکین توابع y_1 و y_2 و y_3 کدامست؟

- الف. ۱ ب. λ ج. $1 - \lambda$ د. صفر

۹. تابع $y = e^x$ یک جواب معادله $2xy'' + (1 - 4x)y' + (2x - 1)y = 0$ می‌باشد. تغییر متغیر $y = u \cdot e^x$ معادله را به یک معادله تبدیل می‌کند.

- الف. با ضرایب ثابت ب. کوشی - اوایلر ج. مرتبه اول د. غیرخطی

۱۰. یک جواب خصوصی از معادله $D(D - 1)y = 2e^{3x}$ کدام است؟

- الف. $\frac{1}{3}e^{3x}$ ب. $3e^{3x}$ ج. $-3e^{3x}$ د. $-\frac{1}{3}e^{3x}$

۱۱. نقاط غیرعادی و منظم معادله $y'' + (x+2)y' = 0$ کدامند؟

- الف. $2, \frac{-1}{2}$ ب. -2 ج. 2 د. $\frac{-1}{2}$

۱۲. نقطه $x=0$ نقطه غیرعادی و منظم معادله $3xy'' + 2y' + y = 0$ می باشد، ریشه های معادله مشخصه یعنی S_1 و S_2 کدام اند؟

- الف. 0 و $\frac{1}{3}$ ب. 0 و $\frac{-1}{3}$ ج. 1 و $\frac{1}{3}$ د. 1 و $\frac{-1}{3}$

۱۳. در مورد معادله $x^2 y'' + xy' + (x^2 - 4)y = 0$ کدام گزینه صحیح است؟

- الف. کوشی - اوایلر ب. لژاندر ج. بسل د. غیرخطی

۱۴. اگر $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$ باشد آنگاه حاصل $\Gamma(-\frac{3}{2})$ کدام است؟ Γ تابع گاما می باشد

- الف. $\frac{-\sqrt{\pi}}{2}$ ب. $\frac{4\sqrt{\pi}}{3}$ ج. $\frac{-2\sqrt{\pi}}{3}$ د. $-3\sqrt{\pi}$

۱۵. تبدیل لاپلاس $t^2 e^{3t}$ کدام است؟

- الف. $\frac{2}{s^3(s-3)}$ ب. $\frac{2}{(s-3)^3}$

- ج. $\frac{2e^{3s}}{s^3}$ د. $\frac{1}{(s-3)^3}$

۱۶. تبدیل لاپلاس معکوس $\frac{S^2+1}{S}$ کدام است؟

- الف. $t+1$ ب. $\frac{1}{\cos t}$ ج. وجود ندارد د. $\frac{1}{\sin t}$

۱۷. حاصل انتگرال $\int_0^{+\infty} e^{-2t} \sin t dt$ برابر است با:

- الف. $\frac{1}{2}$ ب. 0 ج. $\frac{1}{3}$ د. $\frac{1}{5}$

۱۸. اگر $f(t) = e^t$ و $g(t) = t^2$ آنگاه $L(f * g)$ کدام است؟

- الف. $\frac{2}{(s-1)^3}$ ب. $\int_0^t \sin 2t (t-u)^2 du$

- ج. $\frac{2}{s^3(s-1)}$ د. $\int_0^{+\infty} e^{-st} t^2 e^t dt$

۱۹. اگر $f(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < 2 \\ (t-2)^2 & t > 2 \end{cases}$ در اینصورت $L(f(t))$ برابر است با:

الف. $\frac{2e^{-2s}}{s^3}$ ب. $\frac{2}{s^3} - \frac{2}{s^2} + \frac{4}{s}$

ج. $\int_0^{+\infty} e^{-s.t} (t-2)^2 dt$ د. صفر

۲۰. تبدیل لاپلاس معکوس $\frac{1}{s(s-1)}$ برابر است با:

الف. $\sin t$ ب. te^t ج. $t \cdot \sin t$ د. $e^t - 1$

سوالات تشریحی

۱. جواب عمومی معادله $y''' - 2y \sin x + 2y^2 \sin x = 0$ را بیابید.

۲. جواب عمومی معادله $(y^{-3} - y^{-2} \sin x)y' + y^{-1} \cdot \cos x = 0$ را بیابید.

۳. معادله دیفرانسیل $y'' + 2y' + 2y = 2e^{-x} \cdot \tan x$ را حل کنید.

۴. جواب دستگاه با شرایط اولیه داده شده را به کمک تبدیلات لاپلاس حل کنید:

$$\begin{cases} (D+2)x - 2y = 0 \\ -x + (D+1)y = 2e^t \\ x(0) = 0, y(0) = 1 \end{cases}$$

۵. اولاً تحقیق کنید که نقطه $x = 0$ یک نقطه عادی معادله $y'' + xy' + y = 0$ است و سپس جواب عمومی را برحسب سری توانی بنویسید.

تعداد (۲۰)

پاسخ سوالات تستی درس معادلات دیفرانسیل

رشته: ریاضی - فیزیک - کامپیوتر

سال تحصیلی ۸۵-۸۴ نیمسال اول ○ نیمسال دوم ⊗

توضیح طراح سوال

بارم ۲۵ /

پاسخ سوالات تکمیلی				
تست اول	تست دوم	تست سوم	بارم	شماره صفحه
				۱
				۲
				۳
				۴
				۵

شماره صفحه	A	B	C	D
۱	الف	ب	ج	د
۱	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۴	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۶	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۸	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۰	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۱۲	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۴	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۵	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۱۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
۱۹	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
۲۱	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۲	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۳	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۴	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۵	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۶	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۷	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۸	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۲۹	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
۳۰	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

لطفاً کتب سوالات را به همراه اوراق امتحانی دانشجویان و سوابق آزمون نهایی و میان ترم به اداره آموزش تحویل فرمایند.

پاسخ سوالات تشریحی درس معادلات دیفرانسیل رشته ریاضی - کامپیوتر صفحه یک

محرمانه مستقیم

توضیح طراح سوال

بارم: هر سوال ۲ نمره

نیمسال دوم

سال تحصیلی ۸۴-۸۵ نیمسال اول

۱) معادله برنولی $n = \frac{1}{2}$ $u = y^{-\frac{1}{2}} = y^{-\frac{1}{2}}$ $u' = -\frac{1}{2} y^{-\frac{3}{2}}$

$y^{\frac{1}{2}} y' - 2 \sin x y^{\frac{1}{2}} = 2 \sin x \rightarrow -2u' - 2 \sin x u = 2 \sin x$
جدا کردن (خطی است)

$2 \frac{du}{dx} = -2 \sin x (u+1)$

$\frac{2 du}{u+1} = -2 \sin x dx \rightarrow 2 \ln(u+1) = 2 \cos x + C$
ع. عمومی

۲) معادله کامل است و $F = \frac{\sin x}{y} - \frac{1}{2y^2}$ $\frac{\sin x}{y} - \frac{1}{2y^2} = C$

۳) $r^2 + 2r + 2 = 0 \rightarrow r = -1 \pm i$
 $y = C_1 e^{-x} \sin x + C_2 e^{-x} \cos x$

بنا بر p از روش تغییر پارامتر (لگرانژ) استفاده می کنیم داریم $y_p = C_1 e^{-x} \sin x + C_2 e^{-x} \cos x$

$C_1' e^{-x} \sin x + C_2' e^{-x} \cos x = 0 \rightarrow C_1' = -C_2' \cot x$

$C_1' (-e^{-x} \sin x + e^{-x} \cos x) + C_2' (-e^{-x} \cos x - e^{-x} \sin x) = 2 e^{-x} \tan x$

$-C_1' \cot x (-\sin x + \cos x) + C_2' (-\cos x - \sin x) = 2 \tan x$

$C_2' \left[\cos x - \frac{\cos^2 x}{\sin x} - \cos x - \frac{\sin x}{1} \right] = 2 \tan x$
 $-\cos x - \sin x = \frac{-1}{\sin x}$

$C_2' = -\frac{2 \sin^2 x}{\cos x}$

$C_2 = -\int \frac{2 \sin^2 x}{\cos x} dx \rightarrow C_2' = +2 \frac{\sin^2 x}{\cos x} \Rightarrow C_1 = \int \frac{2 \sin^2 x}{\cos x} dx$

پاسخ سوالات تشریحی درس: معادلات دیفرانسیل رشته: ریاضی-فیزیک-کاسپور صفحه: ۵

نیمسال دوم

نیمسال اول سال تحصیلی ۸۴-۸۵

معادله (۵) $L(x) = X$ و $L(y) = Y$ درج ۱

$$\begin{cases} sX - x(0) + 2X - 2Y = 0 \\ -X + sY - y(0) = \frac{2}{s-1} \end{cases}$$

$$sX \begin{cases} (s+2)X - 2Y = 0 \\ -X + sY = \frac{2}{s-1} + 1 = \frac{s+1}{s-1} \end{cases}$$

$$\frac{2(s+1)}{(s-1)(s^2+2s-2)} \xrightarrow{-1} X = \frac{2(s+1)}{(s-1)(s^2+2s-2)}$$

پاسخ (۵) چون تمام ضرایب ۰ و ۱ و ۲ $\lambda = 0$ تحلیل این معادله ۲۰۰۰ معادله معولی است.

پس جواب عمومی بصورت $y = \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n$ می باشد

$$y' = \sum_{n=1}^{\infty} n A_n x^{n-1}, \quad y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) A_n x^{n-2}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) A_n x^{n-2} + \sum_{n=1}^{\infty} n A_n x^{n-1} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^n = 0$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} (n(n-1) A_n + (n-1) A_{n-1}) x^{n-2} = 0$$

$$A_2 = -\frac{A_0}{2}$$

$$A_n = \frac{-A_{n-2}}{n} \quad (n \geq 2)$$

$$A_n = \begin{cases} \frac{(-1)^k A_0}{2^k x - (2k)} & n=2k \\ \frac{(-1)^k A_1}{2^k x - (2k+1)} & n=2k+1 \end{cases}$$