

نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی و کد درس: آمار- ۱۱۱۱۰۸۶

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

- امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.
۱. به چند طریق می‌توانیم n مهره شبیه به هم را در m ظرف نامشخص، قرار دهیم به‌طوری که ظرف معینی شامل درست k مهره باشد.
- الف. $\binom{n-k+m-2}{m-2}$

ب. $\binom{n-k+m}{m-1}$
- ج. $\binom{n-k}{m-1} \binom{n}{k}$

د. $\binom{n}{m-1} \binom{n}{k}$
۲. کدام یک از موارد زیر نادرست است؟
- الف. $\binom{n+1}{r} = \binom{n}{r-1} + \binom{n}{r}$

ب. $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$
- ج. $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = n^2$

د. $\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \dots$
۳. بسط $\frac{1}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}$ با فرض $|x| < 1$ عبارت است از:
- الف. $\sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right) x^k$

ب. $\sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right) (-1)^k x^{2k}$
- ج. $\sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right) x^{2k}$

د. $\sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right) (-1)^k x^k$
۴. تابع $G(x) = e^x$ کدام دنباله از اعداد حقیقی تولید می‌کند؟
- الف. $n!, n = 0, 1, 2, \dots$

ب. $\frac{1}{n}, n = 1, 2, \dots$
- ج. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$

د. $(n!)^{-1}, n = 0, 1, 2, \dots$

نام درس: ریاضی برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس: آمار - ۱۱۱۱۰۸۶
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۵. تابع مولد تعداد انتخاب‌های ممکن از بین n شیئی (بدون تکرار) عبارت است از:

الف. $\sum_{k=0,1,\dots}^n x^k \binom{n}{k}$ ب. $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k$ ج. $\sum_{k=0}^n x^k$ د. $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$

۶. تابع مولد دنباله اعدادی به صورت: $C_n = \begin{cases} 0, & n = 0 \\ \frac{1}{n}, & n \geq 1 \end{cases}$ عبارت است از:

الف. $(1-x)$ ب. $\ln(1-x)$ ج. $-\ln x; x > 0$ د. $-\ln(1-x)$

۷. تابع مولد توزیع دو جمله‌ای عبارت است از:

الف. $(q+ps)^n$ ب. $q+ps$ ج. $(p+qs)^n$ د. $p+qs$

۸. عامل انتگرال ساز (فاکتور انتگرال) معادله: $y' - x = 2xy$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{e^{x^2}}$ ب. $\frac{1}{e^{2x}}$ ج. e^{2x} د. e^{x^2}

۹. کدام یک از توابع زیر (با ضابطه داده شده) جواب عمومی معادله دیفرانسیل: $y'' = 1 + y'^2$ می‌باشد؟

الف. $y = c_1 \ln(\sin(x)) + c_2$ ب. $y = -\ln(\cos(x + c_1)) + c_2$ ج. $y = -c_1 \ln(\sin(x + c_2))$ د. $y = -\ln(\cos(x)) + c_1$

۱۰. فاکتور انتگرال ساز معادله: $y' + \frac{n}{x}y = \frac{a}{x^n}$ کدام است؟

الف. $I(x) = x^n$ ب. $I(x) = x^{n+1}$ ج. $I(x) = x^{-n}$ د. $I(x) = x^{-n+1}$

نام درس: ریاضی برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس:

زمان آزمون: تستی: تشریحی: دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ○

کد سری سؤال: آمار- ۱۱۱۱۰۸۶ استفاده از: مجاز است.

*

یک (۱) ماشین حساب

۱۱. جواب عمومی یک معادله دیفرانسیل (بدون طرف دوم) که معادله مفسر آن به صورت: $r^3 - r^2 + r - 1 = 0$ باشد عبارت است از:

الف. $y = c_1 e^x + c_2 \sin x$
ب. $y = c_1 e^x + c_2 \cos x + c_3 \sin x$
ج. $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$
د. $y = c_1 + c_2 \cos x + c_3 \sin x$

۱۲. $c_1 2^n + c_2 3^n$ در کدام یک از معادلات بازگشتی زیر صدق می کند؟

الف. $(1 + 5B + 6B^2)u_n = 0$
ب. $(1 - 5B - 6B^2)u_n = 0$
ج. $(1 - 5B + 6B^2)u_n = 0$
د. $(1 - 5B^2 - 6B)u_n = 0$

۱۳. جواب های اساسی معادله: $4u_{n+2} + 4u_{n+1} + u_n = 0$ عبارت است از:

الف. $1, n$
ب. $-\frac{1}{2}, n(-\frac{1}{2})$
ج. $(-\frac{1}{2})^n, n(-\frac{1}{2})$
د. $(-\frac{1}{2})^n, n(-\frac{1}{2})^n$

۱۴. ضریب x^2 در بسط سری مک لرن $\ln(1 + e^x)$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{8}$
ب. $\frac{1}{2!}$
ج. $\frac{1}{4}$
د. $\frac{1}{16}$

۱۵. مقدار $\int_0^\infty x^6 e^{-2x} dx$ بر حسب تابع گاما عبارت است از:

الف. $\Gamma(7)$
ب. $\frac{1}{2^7} \Gamma(6)$
ج. $2^7 \Gamma(7)$
د. $\frac{1}{2^7} \Gamma(7)$

۱۶. دستور استرلینگ برای محاسبه $\Gamma(n+1)$ عبارت است از:

الف. $n^n \cdot e^{-n} (2\pi n)^{\frac{1}{2}}$
ب. $(\frac{e}{n})^n \sqrt{2\pi n}$
ج. $(\frac{n}{e})^n \cdot (2\pi n)$
د. $(\frac{e}{n})^n \sqrt{2\pi}$

۱۷. مقدار $B(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ (= بتا) عبارت است از:

الف. π^2
ب. π
ج. $\sqrt{2\pi}$
د. 2π



نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی و کد درس: آمار- ۱۱۱۱۰۸۶

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

۱۸. تبدیل لاپلاس: $g(x) = \begin{cases} \cos \pi(x - \pi), & x \geq \pi \\ 0, & x < \pi \end{cases}$ عبارت است از:

د. $\frac{e^{-s\pi} \cdot s}{s^2 + \pi^2}$

ج. $\frac{s^2 e^{-s\pi}}{s^2 - \pi^2}$

ب. $\frac{e^{-s\pi}}{s^2 + \pi^2}$

الف. $\frac{(\pi)s}{s^2 + \pi^2}$

۱۹. تبدیل وارون تابع (در تبدیلات لاپلاس) $\frac{1}{(s+1)(s+2)}$ عبارت است از:

ب. $e^x + e^{-2x}$

الف. $\frac{1}{3}e^x - \frac{1}{3}e^{-2x}$

د. $\frac{1}{3}e^{-x} + \frac{1}{3}e^{-2x}$

ج. $\frac{1}{3}e^{-2x} - \frac{1}{3}e^{-x}$

۲۰. لاپلاس: $x^2 e^x$ عبارت است از:

د. $2(1-s)^{-3}$

ج. $\frac{1}{2(1-s)^2}$

ب. $-2(s-1)^3$

الف. $-2(1-s)^3$

سوالات تشریحی

۱. معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۱/۷۵ نمره)

$$y'' - 3y' + 2y = x + e^x$$

۲. معادله بازگشتی زیر را حل کنید. (۱/۷۵ نمره)

$$U_{n+3} - 3U_{n+2} = 2U_n - 4U_{n+1}$$

نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی و کُد درس: آمار- ۱۱۱۱۰۸۶

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد *

کُد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب

مجاز است.

۳. الف: ثابت کنید: $\Gamma(\frac{1}{p}) = \sqrt{\pi}$ (نمره ۱/۷۵)

ب: ثابت کنید: $B(\alpha, \beta) = B(\beta, \alpha)$ (B = تابع بتا)

۴. الف: اگر f بر $[0, \infty)$ دارای انتگرال منتهای باشد و $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ ، تبدیل لاپلاس g را بدست آورید (کامل)

ب: با استفاده از تبدیلات لاپلاس: مقدار $\int_0^{\infty} te^{-t} \sin rtdt$ را محاسبه کنید. (۱/۷۵ نمره)

*** ۵. توجه: برای این سؤال فقط یکی از ۲ قسمت الف یا ب را به دلخواه پاسخ دهید. (۱ نمره)

الف. فرض می‌کنیم n, k اعداد طبیعی و $K \leq n$ ، ثابت کنید: $\binom{-n}{K} = (-1)^k \cdot \binom{n+K-1}{K}$

ب. اگر تعداد رئوس گراف G برابر V و تعداد یال‌های آن برابر e باشد و گراف بدون لوپ باشد ثابت کنید $e \leq \left\lfloor \frac{V}{2} \right\rfloor$