

نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۰۷۷

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۵

\* استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n \quad \text{ب.}$$

$$\sum_{n_1+n_2+n_3=n} \binom{n}{n_1, n_2, n_3} = 3^n \quad \text{الف.}$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \quad \text{د.}$$

$$\binom{n+r}{r} = \binom{n}{r-1} + \binom{n}{r} \quad \text{ج.}$$

۲. بسط:  $\text{Arc sin } x$  به ازای  $|x| < 1$  عبارت است از:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} \frac{(-1)^k}{2k+1} x^{2k+1} \quad \text{ب.}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} x^{2k} (-1)^k \quad \text{الف.}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} \frac{(-1)^k x^{2k}}{2k} \quad \text{د.}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} (-1)^k x^{2k+1} \quad \text{ج.}$$

۳. تابع مولد دنباله:  $c_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$  عبارت است از:

$$\frac{e^s}{(1-s)!} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{1}{(s-1)!} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{e^s}{1-s} \quad \text{د.}$$

$$\frac{e^s}{s-1} \quad \text{ج.}$$

۴. واریانس متغیر تصادفی  $X$  به کمک گشتاورهای فاکتوریل برابر است با:

$$\varphi''(1) + \varphi'(1) \quad \text{ب.}$$

$$\varphi''(1) + \varphi'(1) - (\varphi'(1))^2 \quad \text{الف.}$$

$$(\varphi''(1))^2 + \varphi'(1) - \varphi(1) \quad \text{د.}$$

$$\varphi''(1) - (\varphi'(1))^2 \quad \text{ج.}$$

۵. تابع مولد احتمالهای توزیع پواسن با پارامتر  $\lambda$  عبارت است از:

$$e^{\lambda s} \quad \text{ب.}$$

$$e^{\lambda(1-s)} \quad \text{الف.}$$

$$e^{-\lambda(1-s)} \quad \text{د.}$$

$$e^{-\lambda s} \quad \text{ج.}$$

نام درس: ریاضی برای آمار

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۵۰۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۵

۶. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots$  متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع پواسون و با پارامتر  $\theta$  باشند و  $N$  متغیری تصادفی با

توزیع پواسون با پارامتر  $\lambda$  و مستقل از  $X_i$  ها باشد، در این صورت، تابع مولد احتمال‌های  $\sum_{i=1}^N X_i$  عبارت است از:

الف.  $e^{-\theta(1-e^{-\lambda(1-s)})}$  ب.  $e^{-\lambda(1-e^{-\theta(1-s)})}$

ج.  $e^{-\lambda(1-e^{\theta(1-s)})}$  د.  $e^{-\lambda(1-\theta(1-s))}$

۷. عامل انتگرال‌ساز، معادله  $y' - xy - 2x = 0$  برابر است با:

الف.  $e^{-\frac{x^2}{2}}$  ب.  $-\frac{x^2}{2}$  ج.  $\frac{x^2}{2}$  د.  $\frac{x^2}{e^2}$

۸. در سؤال ۷، جوابی از معادله که منحنی نمایش آن از نقطه  $(1, 0)$  عبور کند، عبارت است از:

الف.  $y + 3 - 4e^{\frac{1}{2}x^2} = 0$  ب.  $y + 2 - 3e^{\frac{1}{2}x^2} = 0$

ج.  $y + 2 - 3\frac{x^2}{2} = 0$  د.  $y + 2 + 3\frac{x^2}{2} = 0$

۹. یک جواب خصوصی برای معادله:  $y'' - 5y' = e^{2x} - 6y$  عبارت است از:

الف.  $e^{2x}$  ب.  $\frac{1}{2}e^{2x}$  ج.  $xe^{2x}$  د.  $-xe^{2x}$

۱۰. جواب‌های اساسی معادله بازگشتی:  $U_{n+2} + 2U_{n+1} + U_n = 0$  عبارتند از:

الف.  $(-1)^n, (-1)^n$  ب.  $n(-1)^n, (-1)^n$

ج.  $n, -1$  د. وجود ندارد.

۱۱. جواب عمومی معادله بازگشتی:  $U_{n+2} - 6U_{n+1} + 9U_n = 3^n$  برابر است با:

الف.  $C \times 3^n + \frac{n}{18}$  ب.  $C_1 \times 3^n + C_2 \cdot \frac{n}{18}$  ج.  $C_1 + C_2 \cdot \frac{n}{18}$  د.  $(C_1 + C_2 n)3^n$

نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۰۷۷

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۵

۱۲. جواب عمومی معادله:  $U_{n+2} + U_n = \sin \frac{n\pi}{2}$  به چه صورتی است؟

الف.  $c_1 \sin \frac{n\pi}{2} + c_2 \cos \frac{n\pi}{2}$  ب. وجود ندارد.

ج.  $c_1 \sin \frac{n\pi}{2}$  د.  $c_2 \cos \frac{n\pi}{2}$

۱۳. یک مقدار تقریبی برای  $\int_0^1 e^{x^2} dx$  براساس ۳ جمله اول آن عبارت است از:

الف. ۱/۴۳ ب. ۱/۱۰ ج.  $(1/7)^2$  د. ۲/۱

۱۴. تابع  $f(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\beta)} B(\alpha, \beta)$  را در فاصله  $(0, \infty)$  در نظر می‌گیریم، در این صورت  $f(1)$  برابر است با:

( $B =$  تابع بتا)

الف.  $\frac{1}{\beta}$  ب.  $\alpha B(1, \beta)$  ج. ۱ د.  $\beta^2 B(1, \beta)$

۱۵. معکوس تبدیل لاپلاس  $\frac{1}{s^2 + 3s + 4}$  برابر است با:

الف.  $e^{-\frac{3}{2}t} \sin \sqrt{5} t$  ب.  $e^{-\frac{3}{2}t} \sin \frac{\sqrt{5}}{2} t$

ج.  $\frac{\sqrt{5}}{2} e^{-\frac{3}{2}t} \sin \frac{\sqrt{5}}{2} t$  د.  $\frac{2}{\sqrt{5}} e^{-\frac{3}{2}t} \sin \frac{\sqrt{5}}{2} t$

۱۶. تبدیل لاپلاس  $x e^{-x} \sin x$  عبارت است از:

الف.  $\frac{s+1}{1+(s+1)^2}$  ب.  $\frac{-2s}{(2+2s+s^2)^2}$

ج.  $\frac{1}{1+(s+1)^2}$  د.  $\frac{(-2)(s+1)}{(2+2s+s^2)^2}$

نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۰۷۷

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۵

۱۷. تبدیل لاپلاس تابع:  $\frac{\sin(x-\pi)}{\cos \pi(x-\pi)}$  با فرض  $x \geq \pi$  برابر است با:

الف.  $\frac{s^2 + \pi^2}{1 + s^2}$       ب.  $\frac{s^2 + \pi^2}{s + s^3}$       ج.  $\frac{e^{-s\pi}(s^2 + \pi^2)}{s(1 + s^2)}$       د.  $\frac{s + s^3}{s^2 + \pi^2}$

۱۸. تابعی که تبدیل لاپلاس آن به صورت:  $\frac{e^{-sa}}{s}$  ( $s > 0$ )، می باشد عبارت است از:

الف.  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq a \\ 0, & 0 < x < a \end{cases}$       ب.  $f(x) = 1, x \geq a$

ج.  $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq a \\ 1, & x < a \end{cases}$       د. وجود ندارد.

۱۹. گراف منظمی که درجه هر رأس آن ۳ و ۹ یال داشته باشد دارای، چه تعداد رأس است؟

الف. ۱۸      ب. ۳      ج. ۹      د. ۶

۲۰. اگر، گراف منظمی با درجه هر رأس ۲، دارای، ۱۳ رأس باشد، تعداد یالها برابر است با:

الف. ۲۶      ب. ۱۳      ج. ۶      د. چنین گرافی وجود ندارد.

### سؤالات تشریحی

۱. جواب عمومی، معادله دیفرانسیل با طرف دوم زیر را بیابید:

$$y''' - y' = e^x + \sin x$$

۲. جواب عمومی، معادله بازگشتی با طرف دوم، زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{6}U_{n+2} + U_n = \frac{5}{6}U_{n+1} + \frac{1}{6}n + \frac{1}{6}3^n$$

نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۰۷۷

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۵

۳. الف: ثابت کنید تابع  $B(\alpha, \beta)$  (=بتا) نسبت به  $\alpha$  ,  $\beta$  متقارن است.ب: حاصل انتگرال‌های:  $\int_0^\infty x^{\frac{1}{3}} e^{-x} dx$  و  $\int_0^\infty x^{\frac{1}{3}} e^{-x} dx$  را فقط، با استفاده از تابع گاما به دست آورید.۴. اگر انتگرال‌های:  $\int_0^\infty L(t)(u) du$  و  $\int_0^\infty \frac{f(x)}{x} dx$  ، موجود باشند، ثابت کنید که با هم برابرند و براساس آن مقدار

$$\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$$

را محاسبه کنید.

۵. دنباله اعدادی که توسط توابع (مولد):  $\cosh x$  و  $\frac{1}{\sqrt{1-4x}}$  ، حاصل می‌شوند را به دست آورید.تذکر: برای مسائل تشریحی، راه حل کامل و دلایل لازم، ضروری است.