

نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی، کُد درس: آمار (۱۱۱۱۰۸۶)

**زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه**

**آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ❁**

**کُد سری سوال: یک (۱)**

## استفاده از: ماشین حساب

**مجاز است.**

امام علی<sup>(ع)</sup>: شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.

۱. بسط  $\sum_{k=0}^{\infty} \left( -\frac{1}{k} \right) x^k$  مربوط به کدامیک از توابع زیر است؟ (۱  $x$   $<$  ۱)

$\frac{1}{\sqrt{1-x^p}}$ 

د.

$\frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 

ج.

$\frac{1}{\sqrt{1+x}}$ 

ب.

$\frac{1}{1+x}$ 

الف.

۲. حاصل  $\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  برابر است با :

$$\begin{array}{llll} \text{الف.} & \frac{-45}{4}\sqrt{\pi} & \text{ب.} & \frac{45}{4}\pi \\ \text{ج.} & \frac{3}{4}\pi & \text{د.} & -\frac{3}{4}\sqrt{\pi} \end{array}$$

۳. اگر بخواهیم ۱۰ گلوله نامتمایز را در ۳ جعبه متمایز طوری توزیع کنیم که جعبه سوم، ۵ گلوله، جعبه دوم ۲ گلوله و جعبه اول ۳ گلوله داشته باشد، صورت‌های مورد نظر، عبارت است از:

الف. ٥٠٤٠      ب. ٥٢٠      ج. ١٠٠٨٠      د. ٢٥٢٠

۴. تابع مولد دنباله اعدادی به صورت:  $\{1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots\}$  عبارت است از:

$\frac{1}{1+x}$ 

الف.

$\frac{1}{1+x^p}$ 

ب.

$\frac{1}{1-x^p}$ 

ج.

$\frac{1}{1-px}$ 

د.

۵. دنباله متناظر با تابع مولد:  $(e^x - x - 1)$  عبارت است از:

$$\begin{array}{ll} \text{الف.} \{1, \frac{1}{1!}, \frac{1}{2!}, \dots\} & \text{ب.} \{1, -1, \frac{1}{1!}, \frac{1}{2!}, \frac{1}{3!}, \dots\} \\ \text{ج.} \{0, \frac{1}{1!}, \frac{1}{2!}, \dots, \frac{1}{n!}, \dots\} & \text{د.} \{0, 0, \frac{1}{2!}, \frac{1}{3!}, \dots, \frac{1}{n!}, \dots\} \end{array}$$

۶. دنباله متناظر با تابع مولد:  $\sinh x$  عبارت است از:

الف.  $\{1, 0, \frac{1}{\mu!}, 0, \frac{1}{\mu!}, \dots\}$       ب.  $\{0, 1, 0, \frac{-1}{\mu!}, 0, \frac{1}{\mu!}, \dots\}$

ج.  $\{1, \frac{1}{\mu!}, \frac{1}{\mu!}, \dots\}$       د.  $\{1, \frac{-1}{\mu!}, \frac{1}{\mu!}, \dots\}$

۷. واریانس بر اساس گشتاورهای فاکتوریل عبارت است از:

الف.  $\phi''(1) + (\phi'(1))^2$

ب.  $\phi''(1) + \phi'(1) - (\phi'(1))^2$

ج.  $\phi''(1) - (\phi'(1))^2$

د.  $\phi''(1) + \phi'(1)$

۸. عامل انتگرال ساز برای معادله دیفرانسیل:  $\frac{dy}{2xy - x + 1} + \frac{dx}{x^2} = 0$  برابر است با:

الف.  $x^2$

ب.  $m x^2$

ج.  $e^{x^2}$

د.  $x^{-2}$

۹. جواب خصوصی (پیشنهادی) برای معادله دیفرانسیل:  $y'' - e^{4x} + 8y = 6y'$  عبارت است از:

الف.  $\frac{1}{2} e^{4x}$

ب.  $\frac{1}{2} x e^{4x}$

ج.  $x^2 e^{4x}$

د.  $\frac{1}{2x^{-1}} e^{4x}$

۱۰. جواب معادله بازگشتی با مقادیر اولیه زیر:  $U_0 = 0, U_1 = 1, U_{n+2} = 4U_{n+1} - 4U_n, n \geq 0$  برابر است با:

الف.  $2 \binom{-n}{2}$

ب.  $2^{-n} (2n)$

ج.  $\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{1}{2} n$

د.  $\frac{1}{2} n + \frac{1}{2} (2n)$

۱۱. حاصل  $\int_0^{\infty} x^6 \cdot e^{-2x} dx$  بر حسب تابع گاما عبارت است از:

الف.  $\frac{1}{2^6} (\Gamma(5))$

ب.  $2^{-7} (\Gamma(7))$

ج.  $2^{-7} (\Gamma(6))$

د.  $\frac{1}{2^6} \cdot \Gamma(6)$

۱۲. مقدار:  $\frac{\Gamma(3)\Gamma(2/5)}{\Gamma(5/5)}$  برابر است با:

الف.  $\frac{16}{315}$

ب.  $\frac{2!}{\Gamma(\frac{11}{2})}$

ج.  $\frac{2! \Gamma(\frac{5}{2})}{\Gamma(\frac{9}{2})}$

د.  $\frac{8}{63}$



دانشگاه پیام نور

مرکز آزمون

۱۳. حاصل  $\int_0^1 \sqrt{1-x^4} dx$  بر حسب تابع بتا  $(\beta)$  عبارت است از:

د.  $\frac{\beta(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})}{4}$

ج.  $\frac{\beta(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})}{4}$

ب.  $\beta(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$

الف.  $\beta(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$

۱۴. تابع مولد پیچش حاصل از دنباله‌های:  $(n = 0, 1, 2, \dots) a_n = e^{-\theta_1} \cdot \frac{\theta_1^n}{n!}$  و  $(n = 0, 1, 2, \dots) b_n = e^{-\theta_2} \cdot \frac{\theta_2^n}{n!}$  عبارت است از:

د.  $e^{\theta_1 \theta_2 (s-1)}$

ج.  $e^{(\theta_1 + \theta_2)(1-s)}$

ب.  $e^{\theta_1 s} \cdot e^{\theta_2 s}$

الف.  $e^{(\theta_1 + \theta_2)(s-1)}$

۱۵. حاصل  $\frac{L(\sin x)}{L(\cos x)}$  برابر است با:  $(L = \text{لاپلاس})$

د.  $\frac{s}{s^2 + 1}$

ج.  $\frac{s^2}{s^2 + 1}$

ب.  $\frac{1}{s}$

الف.  $s$

۱۶. با فرض وجود مشتق مرتبه دوم  $f(x)$ ، لاپلاس  $f''(x)$  عبارت است از:

ب.  $s^2 L(t)(s) - f'(\infty)$

الف.  $s^2 L(t)(s) - sf(\infty) - f'(\infty)$

د.  $sL(t)(s) - f(\infty) - sf'(\infty)$

ج.  $s^2 L(t)(s) - sf(\infty)$

۱۷.  $L(x \cdot \sinh x)$  عبارت است از:

د.  $\frac{2s}{(s-1)^2}$

ج.  $\frac{2s}{(s+1)^2}$

ب.  $\frac{s}{s^2 + 1}$

الف.  $\frac{2}{(s-1)^2}$

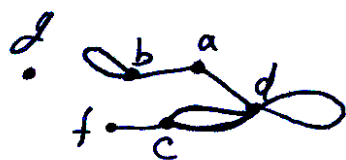
۱۸. مقدار:  $\sum_{k=0}^n k \cdot \binom{n}{k}$  برابر است با:

د.  $2^{n-1}$

ج.  $2^n$

ب.  $n(2^{n-1})$

الف.  $n \cdot 2^n$



۱۹. گراف زیر را در نظر می‌گیریم:

در این صورت حاصل:

$$d(g) + d(a) + d(d) + d(b) + d(c) + d(t)$$

برابر است با:

الف. ۱۲

ب. ۱۴

ج. ۱۳

د. ۱۶

۲۰. برای گراف  $G$  که دارای ۱۰ یال و ۲ رأس درجه ۴ و درجه هر رأس دیگر آن، ۳، می‌باشد تعداد رئوس برابر است با:

الف. ۱۲

ب. ۸

ج. ۶

د. ۱۴

### سوالات تشریحی

۱. ۲ معادله از ۳ معادله زیر را به دلخواه انتخاب کنید و حل نمایید. (۲ نمره)

$$y' \cos^2 x + y = \tan x$$

$$\text{الف: } y'' + y = \sin x$$

ج: به کمک تبدیلات لاپلاس: حل معادله:

$$y''(x) + y(x) = x, \quad y'(0) = 2, \quad y(0) = 0$$

۲. جوابی از معادله:  $U_{n+2} - 2U_n = n^2 + U_{n+1}$  را به دست آورید که در شرایط اولیه: ۱ به ازای  $n = 0$  و  $-1$  به ازای  $n = 1$  صدق نماید. (۱/۵ نمره)

۳. تابع مولد احتمال پواسن با پارامتر  $\theta$  را محاسبه نموده، و سپس با فرض اینکه  $X_1, X_2, \dots, X_n$  متغیرهای تصادفی مستقل

هر یک با توزیع پواسن و پارامتر  $\theta_i (i = 1, \dots, n)$  باشند، تابع مولد احتمال  $y = \sum_{i=1}^n x_i$  را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۴. الف:  $\Gamma(\frac{1}{p})$  را محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

ب: ثابت کنید توزیع بتا نسبت به پارامترهایش متقارن است و اگر برای « $\beta$  ی» ثابت و در فاصله  $(0, \infty)$  تعریف کنیم:

$$f(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\beta)} B(\alpha + \beta) \quad f(\alpha + 1) \quad (B = \text{بتا})$$

۵. در صورتی که  $L(f(x))$  وجود داشته باشد  $L(\frac{1}{x} \cdot f(x))$  را تعیین نموده و با استفاده از آن  $L(\frac{1}{x} \cosh(x-a))$  را محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)