



تعداد سوال: نسی ۲۰

زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰

نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۰۷۷

تعداد من صفحات: ۱

استفاده از ماشین حساب مجاز است

۱. توزیع r گلوله نامتمایز در n جعبه متمایز بطوریکه ترتیب قرار گرفتن گلوله ها در هر جعبه مهم باشد، درست از:

الف. $\frac{(r+n)!}{(n-1)!}$ ب. $\frac{(r+n)!}{(r-1)!}$ ج. $\binom{r+n-1}{n-1}$ د. $\frac{(r+n-1)!}{(n-1)!}$

۲. فرض کنید تابعی n متغیره وجود دارد که همواره مشتق پذیر است، به چند طریق می توان از این تابع k بار مشتق گرفت، بطوریکه از هر متغیر حداقل یکبار مشتق گرفته شود؟

الف. $\frac{(k+n)!}{(n-1)!}$ ب. $\binom{k-1}{n-1}$ ج. n^{k-n} د. $\frac{(n+k-1)!}{(n-1)!}$

۳. اگر $\varphi(s)$ تابع مولد احتمالات X باشد، آنگاه $\varphi(s^2)$ تابع مولد احتمالاتی چه متغیری است؟

الف. $2X$ ب. $\frac{X}{2}$ ج. \sqrt{X} د. $\ln X$

۴. اگر N دارای توزیع پواسن با پارامتر θ و X_1, X_2, \dots, X_p متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با توزیع برنولی با

پارامتر p باشند، با فرض مستقل بودن X ها از N ، توزیع $\sum_{i=1}^N X_i$ کدامست؟

الف. نرمال ب. پواسن با پارامتر $\frac{\theta}{p}$ ج. پواسن با پارامتر θp د. دو جمله ای

۵. در بسط $(x^{10} + x^8 + x^6 + \dots + x^{10})^6$ ضریب x^{30} برابر است با:

الف. 6P_5 ب. $\binom{17}{5} - \binom{9}{5}$ ج. $\binom{17}{5} - 6$ د. $\binom{17}{5} - 6 \binom{9}{5}$

۶. تابع مولد دنباله $\sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$ برابر است با:

الف. e^s ب. $\frac{e^s}{1-s}$ ج. $\frac{1-s}{e^s}$ د. $\frac{1}{(1-s)^2}$

۷. عامل انتگرال معادله دیفرانسیل $(2xy + 1 + x^2)y' - (1 + x^2)y = 0$ برابر است با:

الف. $\frac{1}{1+x^2}$ ب. $1+x^2$ ج. $\frac{1}{1-x^2}$ د. $1-x^2$

۸. جواب خصوصی (y_p) معادله $y'' + 5y' + 6y = e^x$ کدامست؟

الف. $\frac{1}{3}e^x$ ب. $-\frac{1}{3}e^x$ ج. $3e^x$ د. $-3e^x$



۹. جوابهای اساسی معادله $U_{n+2} + 4U_{n+1} + U_n = 0$ برابر است با:

الف. $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و $n\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ب. $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ و $n\left(-\frac{1}{2}\right)^n$

ج. 2^n و $n(2)^n$ د. $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ و 2^{-n}

۱۰. جواب عمومی معادله $U_{n+2} - 2U_{n+1} + 2U_n = 0$ کدام است؟

الف. $a \cos\left(\frac{n\pi}{4} + A\right)$ ب. $A\sqrt{2} \cos\left(\frac{n\pi}{4} + B\right)$

ج. $A(\sqrt{2})^n \cos\left(\frac{n\pi}{4} + B\right)$ د. $A(\sqrt{2})^n \cos\frac{n\pi}{4}$

۱۱. مطلوب است $\int_0^1 x^2 (1-x)^2 dx$

الف. $\frac{3\pi}{265}$ ب. $\frac{3\pi}{256}$ ج. $\frac{3\pi}{625}$ د. $\frac{3\pi}{652}$

۱۲. اگر X یک متغیر تصادفی بتا با پارامترهای $\alpha = 2$, $\beta = 4$ باشد، آنگاه EX^2 برابر است با:

الف. $\frac{1}{9}$ ب. $\frac{7}{9}$ ج. $\frac{9}{7}$ د. $\frac{1}{7}$

۱۳. تبدیل لاپلاس $\cos(\pi(x - \pi))$, $x \geq \pi$ برابر است با:

الف. $\frac{se^{-s\pi}}{\pi^2 + s^2}$ ب. $\frac{e^{-s\pi}}{\pi^2 + s^2}$ ج. $\frac{se^{s\pi}}{\pi^2 + s^2}$ د. $\frac{e^{s\pi}}{\pi^2 + s^2}$

۱۴. تبدیل لاپلاس $x^2 e^{2x}$ چیست؟

الف. $\frac{1}{(s-2)^3}$ ب. $\frac{-2}{(s-2)^3}$ ج. $\frac{2}{(s-2)^3}$ د. $\frac{-1}{(s-2)^3}$

۱۵. تابع $\frac{1}{(s-2)^2 + 9}$ تبدیل لاپلاس چه تابعی است؟

الف. $\frac{1}{3} \sin 3x$ ب. $\frac{1}{3} e^{2x}$ ج. $e^{2x} \sin 3x$ د. $\frac{1}{3} e^{2x} \sin 3x$

۱۶. $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ برابر است با:

الف. $\frac{\pi}{4}$ ب. $\frac{\pi}{2}$ ج. $\frac{\pi}{3}$ د. $\frac{\pi}{6}$



۱۷. اگر تعداد رئوس گراف بدون توپ G برابر V و تعداد یالهای آن برابر e باشد، آنگاه کدام مورد زیر درست است؟

الف. $e \leq \binom{V}{2}$ ب. $e \geq \binom{V}{2}$ ج. $V \leq \binom{e}{2}$ د. $V \geq \binom{e}{2}$

۱۸. تعداد رئوس گراف منظم با ۱۶ یال و با درجه هر راس ۴ برابر است با:

الف. ۴ ب. ۸ ج. ۶ د. وجود ندارد

۱۹. تعداد رئوس گراف منظم با ۱۳ یال و با درجه هر راس ۴ برابر است با:

الف. ۴ ب. ۸ ج. ۶ د. وجود ندارد

۲۰. شرط لازم و کافی برای وجود یک دور اویلری در گراف G آنست که:

الف. G مرتبط شود ب. درجه هر راس G زوج باشد

ج. G منظم باشد د. الف و ب

سوالات تشریحی

۱. اگر N یک متغیر تصادفی با مقادیر طبیعی X_1, X_2, \dots یک دنباله از متغیرهای مستقل و هم توزیع و مستقل از N باشند،

ثابت کنید که واریانس $\sum_{i=1}^N X_i$ برابر است با:

$$Var(N)[E(X)]^2 + Var(X)[E(N)]$$

۲. تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-4x}}$ چه دنباله ای را تولید می کند؟

۳. معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید: $y'' + 6y' + 8y = e^{-4x} + e^{-2x}$

۴. اگر p دارای توزیع یکنواخت بر $(0, 1)$ باشد، اگر p انتخاب شده باشد، سکه ای با شانس شیر آمدن p را n بار می

اندازیم، X را تعداد شیرها تعریف می کنیم، اولاً: توزیع X را تعیین کنید.

ثانیاً: واریانس توزیع X را بیابید.

۵. شرط لازم و کافی برای وجود یک مسیر اویلری آن است که G مرتبط و فقط دو راس با درجه های فرد داشته باشد.