



تنها با یاد اوست که دل‌ها آرام می‌گیرد.

۱. توزیع  $r$  مهره متمایز، در  $n$  جعبه متمایز که در هر جعبه بتوان بیش از یک مهره قرار داد، عبارتست از:

الف.  $P_r^n$       ب.  $n^r$       ج.  $\frac{(r+n-1)}{(n-1)!}$       د.  $\binom{n}{r}$

۲. برای محاسبه  $\binom{-3}{4}$  چند جمله باید در  $\frac{1}{4!}$  ضرب شود؟

الف. ۳ جمله      ب. ۱ جمله      ج. ۴ جمله      د. ۵ جمله

۳.  $\sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^k x^k$  بسط کدام عبارتست؟

الف.  $\frac{1}{1+x}$       ب.  $\frac{1}{1+x^2}$       ج.  $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$       د.  $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

۴. در بسط  $(4x - y + 8)^7$  ضریب  $x^2 y^3$  برابر است با:

الف.  $-6720$       ب.  $6720$       ج.  $26/25$       د.  $-26/25$

۵. تابع مولد دنباله  $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$  کدامست؟

الف.  $\frac{1}{(x-1)^2}$       ب.  $\frac{1}{(1-x^2)}$

ج.  $\frac{1}{(1-x^3)}$       د.  $\frac{1}{(x-1)^3}$



۶. تابع  $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  چه دنباله ای از اعداد را تولید می کند؟

الف.  $a_n = \begin{cases} 0 & \text{اگر } n \text{ زوج} \\ \frac{1}{n!} & \text{اگر } n \text{ فرد} \end{cases}$

ب.  $a_n = \begin{cases} 0 & \text{اگر } n \text{ فرد} \\ \frac{1}{n!} & \text{اگر } n \text{ زوج} \end{cases}$

ج.  $a_n = \begin{cases} 1 & \text{اگر } n \text{ زوج} \\ \frac{1}{n!} & \text{اگر } n \text{ فرد} \end{cases}$

د.  $a_n = \begin{cases} 1 & \text{اگر } n \text{ فرد} \\ \frac{1}{n!} & \text{اگر } n \text{ زوج} \end{cases}$

۷. سه توپ را به چند صورت می توان بین چهار کودک توزیع کرد؟

الف.  $\binom{4}{3}$

ب.  $\binom{4+3-1}{4}$

ج.  $\binom{4+3-1}{3}$

د.  $\binom{4+3-1}{2}$

۸. جواب معادله  $yy' = 2(xy + x)$  برابر است با:

الف.  $y - \ln(1 + y) = x^2 + c$

ب.  $y + \ln(1 - y) = x^2 + c$

ج.  $y + \ln(1 + y) = x^2 + c$

د.  $y - \ln(1 - y) = x^2 + c$

۹. عامل انتگرال ساز معادله  $3(y^4 + 1)dx + 4xy^3 dy = 0$  برابر است با:

الف.  $x^2 y^3$

ب.  $xy$

ج.  $y^2$

د.  $x^2$

۱۰. شکل کلی معادله برنولی به چه صورت است؟

الف.  $y' + p(x)y = q(x)$

ب.  $y + p(x)y' = q(x)$

ج.  $ay' + by = 0$

د.  $M(x, y)y' + N(x, y) = 0$



۱۱. معادله مفسر معادله دیفرانسیل  $y''' - y'' + y' - y = 0$  برابر است با:

الف.  $(r-1)(r^2-1) = 0$  ب.  $(r+1)(r^2-1) = 0$

ج.  $(r-1)(r^2+1) = 0$  د.  $(r+1)(r-1) = 0$

۱۲. جوابهای اساسی معادله  $4U_{n+2} + 4U_{n+1} + U_n = 0$  برابرند با:

الف.  $U_n = (-\frac{1}{2})^n, V_n = (\frac{1}{2})^n$  ب.  $U_n = (-\frac{1}{2})^n, V_n = n(\frac{1}{2})^n$

ج.  $U_n = 1, V_n = n1$  د.  $U_n = (i)^n, V_n = (-i)^n$

۱۳. اگر  $f(n) = a^n$  باشد، جواب خصوصی آزمایشی معادله بازگشتی به چه صورت خواهد بود؟

الف.  $ka^n$  اگر  $a$  جواب معادله مفسر باشد.

ب.  $ka^n$  اگر  $a$  جواب معادله مفسر نباشد.

ج.  $kna^n$  اگر  $a$  جواب معادله مفسر باشد.

د.  $kna^n$  اگر  $a$  جواب معادله مفسر نباشد.

۱۴. مرتبه معادله بازگشتی  $U_{n+1} - 2U_n + 3U_{n-2}$  برابر است با:

الف. ۴ ب. ۱ ج. ۵ د. ۳

۱۵. انتگرال  $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^\alpha e^{-x} dx$  به ازای کدامیک از مقدار  $\alpha$  موجود است؟

الف.  $\alpha > -1$  ب.  $\alpha < -1$  ج.  $\alpha = -1$  د.  $-1 < \alpha < 0$



۱۶. کدامیک جزء خصوصیات تابع گاما نیست؟

الف. به ازای هر  $\Gamma(\alpha + 1) = \alpha \Gamma(\alpha), \alpha > 0$

ب.  $\Gamma(n + 1) = n!$

ج.  $\log \Gamma(\alpha)$  بر  $(0, \infty)$  تابعی محدب است.

د. تابع گاما نسبت به  $\beta, \alpha$  متقارن است.

۱۷.  $\frac{\pi a s}{(s^2 + a^2)^2}$  تبدیل لاپلاس کدامیک از توابع زیر است؟

د.  $x \cos ax$

ج.  $x \sin ax$

ب.  $chx$

الف.  $shx$

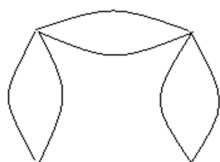
۱۸. تبدیل لاپلاس تابع  $x^\alpha$  برابر است با:

ب.  $\frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}, \alpha \geq 1$

الف.  $\frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}, \alpha < 1$

د.  $\frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}, \alpha \leq 1$

ج.  $\frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}, \alpha > 1$



۱۹. درجه هر یال در گراف زیر برابر است با:

ب. ۳-درجه

الف. ۱-درجه

د. ۴-درجه

ج. ۲-درجه

۲۰. اگر تعداد رئوس گراف  $G$  برابر  $V$  و تعداد یالهای آن برابر  $e$  باشد و گراف بدون لوپ باشد آنگاه:

ب.  $e < \binom{N}{2}$

الف.  $e > \binom{N}{2}$

د.  $e \leq \binom{N}{2}$

ج.  $e = \binom{N}{2}$



### سوالات تشریحی

۱. فرض کنید  $N$  دارای توزیع پواسن با پارامتر  $\theta, X_1, X_2, \dots$  متغیرهای تصادفی و مستقل و هم توزیع با توزیع برنولی

با پارامتر  $p$  باشند. اگر  $X$  ها و  $N$  نیز مستقل باشند، تابع مولد توزیع  $\sum_{i=1}^N X_i$  چیست؟ (۱/۵ نمره)

۲. جوابی از معادله دیفرانسیل  $(1+xy)dx = (1+x^2)dy$  را بیابید که منحنی نمایش آن از نقطه ای به مختصات  $(1,0)$

بگذرد. (۱/۵ نمره)

۳. معادله بازگشتی مرتبه سوم نا همگن  $U_{n+3} - 9U_{n+2} + 26U_{n+1} - 24U_n = 3$  را حل کنید. و جوابی را به دست

آورید که در شرایط اولیه زیر صدق کند. (۱/۵ نمره)

$$U_1 = 1, U_2 = 2, U_3 = 3$$

۴. الف. مقدار تقریبی برای  $\sqrt[3]{9}$  به دست آورید. (۱ نمره)

ب. برابری زیر را ثابت کنید. (۱/۵ نمره)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin \theta)^{\frac{3}{2}} (\cos \theta)^{2\alpha-1} d\theta = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}$$

۵. تبدیل لاپلاس تابع  $g(x) = \int_0^x (t + e^t) dt$  را به دست آورید. (۱ نمره)