

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. ۲۰ مهره ی مشابه را در ۵ جعبه قرار می دهیم. در چند حالت درجعبه بخصوصی تنها یک مهره قرار می گیرد؟

الف. $\binom{24}{5}$ ب. $\binom{22}{3}$ ج. $5 \binom{22}{3}$ د. $5! \binom{22}{3}$

۲. دانشجویی در یک امتحان باید به ۷ سوال از ۱۰ سوال پاسخ دهد. اگر لازم باشد حداقل به ۳ سوال از ۵ سوال پاسخ دهد، در اینصورت به چند طریق امکان پذیر است؟

الف. ۱۰۰ ب. ۱۱۰ ج. ۶۰ د. ۷۰

۳. بسط $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ برابر است با:

الف. $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} (-1)^k x^{2k}$ ب. $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} x^k$

ج. $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} x^{2k}$ د. $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k x^k$

۴. در بسط $(2x - y + 7)^6$ ضریب $x^p y^q$ برابر است با:

الف. ۱۵ ب. -۱۶۸۰ ج. ۱۶۸۰ د. -۱۵

۵. تابع مولد تعداد انتخابهای k شیء ممکن از بین n شیء ممکن (بدون تکرار اشیاء) برابر است با:

الف. $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k x^k$ ب. $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{n-k+1}{k} x^k$

ج. $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{n}{k} x^k$ د. $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{n}{k} (-1)^k x^k$

۶. تابع مولد دنباله $c_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$ عبارتست از:

الف. $\frac{e^s}{1-s}$ ب. $\frac{1}{1-s}$ ج. $\frac{1}{1+s}$ د. $\frac{e^s}{1+s}$

۷. $\frac{1}{(x-1)^3}$ تابع مولد چه دنباله ای است؟

الف. $n+1$ ب. $\frac{(n+2)(n+1)}{2}$ ج. $\frac{n(n+1)}{2}$ د. $\frac{(n+1)^2}{2}$

۸. جمله عمومی دنباله حاصل از k بار پیچش دنباله $a_n = \frac{e^{-\theta} \theta^n}{n!}$ کدامست؟

الف. $c_n = \frac{e^{-k\theta} (k\theta)^n}{n!}$ ب. $c_n = e^{-k\theta(1-s)}$ ج. $c_n = \frac{e^{-\theta} \theta^n}{n!}$ د. $c_n = \binom{n}{k} \theta^k (1-\theta)^{n-k}$

۹. تعداد افرازهای عدد ۷ برابر است با:

الف. ۷ ب. ۱۵ ج. ۱۳ د. ۱۶

۱۰. کدامیک از معادلات زیر دیفرانسیل خطی نیست؟

الف. $y'' + xy' + e^x y = \sin x$ ب. $x^2 y'' + \frac{x}{1+x} y'' + y = 0$ ج. $\sin(y') + e^{y''} + y = 0$ د. $3y''' - 2y'' + y = \cos x$

۱۱. شرط لازم و کافی برای آنکه عبارت $Mdx + Ndy$ دیفرانسیل کامل باشد آنست که:

الف. $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$ ب. $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ ج. $\frac{\partial x}{\partial M} = \frac{\partial y}{\partial N}$ د. $\frac{\partial y}{\partial M} = \frac{\partial x}{\partial N}$

۱۲. جواب عمومی معادله $y'' - 2y' + y = 0$ برابر است با:

الف. $y = (c_1 + c_2)e^x$ ب. $y = (c_1 + c_2)xe^x$ ج. $y = (c_1 + c_2x)e^{2x}$ د. $y = (c_1 + c_2x)e^x$

۱۳. جواب خصوصی معادله $y'' + y' = e^{2x}$ کدامست:

الف. $y_p = \frac{1}{6}e^{2x}$ ب. $y_p = \frac{1}{6}e^x$ ج. $y_p = \frac{1}{6}xe^{2x}$ د. $y_p = \frac{1}{3}xe^{2x}$

۱۴. معادله مفسر معادله بازگشتی $U_{n+3} - 9U_{n+2} + 26U_{n+1} - 24U_n = 3$ عبارتست از:

الف. $(m-2)(m-3)(m-4) = 0$ ب. $(m-2)(m+3)(m-4) = 0$

ج. $(m+2)(m-3)(m-4) = 0$ د. $(m-2)(m-3)(m+4) = 0$

۱۵. به ازای چه مقداری از α ، $\int_0^1 x^\alpha e^{-x} dx$ موجود است؟

الف. $-2 < \alpha < -1$ ب. $\alpha > -1$ ج. $-3 < \alpha < -2$ د. $\alpha < -3$

۱۶. حاصل انتگرال $\int_0^1 x^{\frac{3}{2}} (1-x)^{\frac{5}{2}} dx$ برابر است با:

الف. $B(\frac{7}{2}, \frac{5}{2})$ ب. $B(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ ج. $B(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$ د. $B(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

۱۷. تبدیل لاپلاس تابع $f(x) = e^{ix}$ بر $[0, \infty)$ عبارتست از:

الف. $\frac{s}{s^2 + a} + i \frac{a}{s^2 + a}$ ب. $\frac{s}{s^2 - a} + i \frac{a}{s^2 - a}$

ج. $\frac{s}{s^2 + a} - i \frac{a}{s^2 + a}$ د. $\frac{s}{s^2 - a} - i \frac{a}{s^2 - a}$

۱۸. تبدیل لاپلاس $\frac{\sin(x)}{x}$ برابر است با:

الف. $\frac{1}{s}$ ب. $\text{Arctg}(s)$ ج. $\frac{1}{\cotg(\text{Arctg}(s))}$ د. همه موارد

۱۹. شرط لازم و کافی برای وجود یک مسیر اولیری:

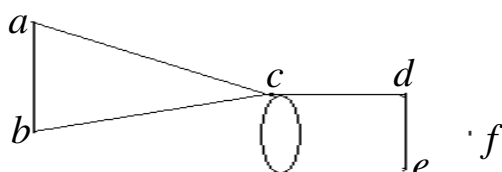
الف. G مرتبط باشد و درجه هر راس G زوج باشد.

ب. G مرتبط باشد و دو راس با درجه های فرد داشته باشد.

ج. G مرتبط باشد و درجه هر راس G فرد باشد.

د. G مرتبط باشد و دو راس با درجه های زوج داشته باشد.

۲۰. $d(c)$ در گراف زیر برابر است با:



الف. ۳

ب. ۴

ج. ۵

د. ۶



سوالات تشریحی

به ۵ سوال از سوالات زیر پاسخ دهید. هر سوال ۱/۶ نمره دارد.

۱. به چند صورت می توان عدد ۱۳ را به سه قسمت (صحیح) افراز کرد به قسمی که سه عدد حاصل بتوانند اضلاع یک مثلث باشند؟

۲. به چند صورت می توان ۶ عدد نامتوالی را از بین اعداد ۱ تا ۴۰ انتخاب کرد؟

۳. معادلات زیر را حل کنید.

$$\text{الف. } (2xy + 1 + x^2) - (1 + x^2)y' = 0$$

$$\text{ب. } U_{n+2} - 3U_{n+1} + 2U_n = 3^n$$

۴. الف. گشتاور مرتبه n ام توزیع گاما را حساب کنید.

ب. اگر X دارای توزیع بتای $\alpha = 2, \beta = \frac{3}{2}$ باشد. مطلوبست محاسبه $E(\sqrt{X(1-X)})$

۵. تبدیل وارون تابع $\frac{1}{\sqrt{2S+3}}$ را بیابید.

۶. تعداد راس ها را برای هریک از گرافهای زیر تعیین کنید.

الف. گراف منظم باشد و درجه هر راس برابر ۹۳ باشد.

ب. گراف منظم باشد و ۱۳ یال داشته باشد.