



تنها با یاد اوست که دل‌ها آرام می‌گیرد.

۱. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

الف. $Re\ z \leq |z|$ ب. $Im\ z \leq |z|$ ج. $|\bar{z}| = |z|$ د. $|z|^2 = z^2$

۲. در چه صورتی تابع $f = u + iv$ در نقطه‌ی $z = z_0$ مشتق‌پذیر است؟

الف. اگر در Z معادلات کوشی ریمن برقرار و در همسایگی آن، تابع f پیوسته باشد.

ب. اگر در Z معادلات کوشی ریمن برقرار و در همسایگی آن، مشتقات جزئی نسبت به x و y موجود باشد.

ج. اگر در Z معادلات کوشی ریمن برقرار و در همسایگی آن، مشتقات جزئی پیوسته نسبت به x و y موجود باشد.

د. اگر در Z معادلات کوشی ریمن برقرار باشد.

۳. کدام معادله مربوط به معادلات کوشی ریمن در مختصات قطبی است؟

الف. $\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}$ ب. $\frac{\partial v}{\partial \theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r}$ ج. $\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}$ د. $\frac{\partial u}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r}$

۴. قسمت موهومی تابع مثلثاتی مختلط $f(z) = \sin z$ برابر است با

الف. $\cos x \sin y$ ب. $\sin x \cos y$ ج. $\cos x \cosh y$ د. $\sin x \sinh y$

۵. مقدار اصلی $i^i + i^{-i}$ برابر است با

الف. $e^{-\frac{\pi}{2}} + e^{\frac{\pi}{2}}$ ب. $e^{-i\frac{\pi}{2}} + e^{i\frac{\pi}{2}}$ ج. $2e^{\frac{\pi}{2}}$ د. $2e^{-\frac{\pi}{2}}$

۶. تصویر مستطیل $0 \leq x \leq 1$ و $0 \leq y \leq \pi$ تحت نگاشت $w = e^z$ کدام است؟

الف. ناحیه‌ی داخلی دایره به شعاع e و ناحیه‌ی بیرونی دایره به شعاع 1 در صفحه‌ی فوقانی

ب. ناحیه‌ی داخلی دایره به شعاع e و ناحیه‌ی بیرونی دایره به شعاع 1 در صفحه‌ی پایینی

ج. ناحیه‌ی داخلی دایره به شعاع e در صفحه‌ی فوقانی

د. ناحیه‌ی بیرونی دایره به شعاع 1 در صفحه‌ی پایینی

۷. تحت تابع $W = \frac{1}{z}$ خط $y = x$ به چه ناحیه‌ای نگاشته می‌شود؟

الف. $u = v$ ب. $u = -v$ ج. $u^2 + v^2 = 1$ د. $(u - 1)^2 + v^2 = 1$

۸. مقدار $\int_0^{2\pi} \sin^2(\frac{\pi}{4} + 2e^{i\theta}) d\theta$ برابر است با

الف. $\pi\sqrt{2}$ ب. π ج. $e^{\pi\sqrt{2}}$ د. e^π

۹. حاصل $\oint_C \frac{z^{1+1}}{z^2(z+1)} dz$ که در آن C دایره‌ی $|z| = 2$ است؟

الف. $2\pi i$ ب. $-2\pi i$ ج. 2π د. -2π

۱۰. مانده‌ی تابع $f(z) = \frac{z}{(z^2-1)^2(z^2+1)}$ در $z = 1$ برابر است با

الف. $\frac{1}{4}$ ب. $-\frac{1}{4}$ ج. $\frac{1}{8}$ د. $-\frac{1}{8}$

۱۱. اگر P تعداد قطب‌ها و N تعداد صفرهای تابع f درون منحنی بسته‌ی C باشد آن‌گاه $\oint_C \frac{f'(z)}{f(z)} dz$ برابر است با

الف. $N - P$ ب. $P - N$ ج. $2\pi i(N - P)$ د. $2\pi i(P - N)$

۱۲. حاصل انتگرال $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2 - 2x + 2} dx$ برابر است با

الف. $\frac{\pi}{e} \cos 1$ ب. $-\frac{\pi}{e} \cos 1$ ج. $\frac{\pi}{e} \sin 1$ د. $-\frac{\pi}{e} \sin 1$

۱۳. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

الف. توابع همسان تحت نگاشت همدیس الزاما همسان باقی نمی‌مانند

ب. تابع f در صورتی همدیس است که در D تحلیلی و در هر نقطه‌ی داخلی آن $f'(z) \neq 0$

ج. اگر بخش اصلی بسط لوران از تعداد متناهی جمله تشکیل شود نقطه‌ی تکین را برداشتنی گویند

د. از تقسیم دو تابع تام، یک تابع تام حاصل می‌شود



۱۴. کدام یک از نگاشت‌های زیر نگاشت ژوکوفسکی است؟

الف. $\frac{z^2}{z^2+z}$ ب. $\frac{z^2+z}{z^2}$ ج. $\frac{z^2+1}{z-1}$ د. $\frac{z-1}{z^2-1}$

۱۵. سری فوریه تابع $f(x) = \sin^2 x$ برای فاصله $-\pi < x < \pi$ عبارت است از:

الف. $\sum \frac{\sin nx}{n}$ ب. $\sum \frac{\cos nx}{n}$ ج. $2 + \cos^2 x$ د. $\frac{1 - \cos 2x}{2}$

۱۶. برای نقطه‌ی ناپیوسته‌ی x در فاصله‌ی $[-l, l]$ سری فوریه‌ی تابع $f(x)$ همگراست به

الف. $\frac{f(x^+) - f(x^-)}{2}$ ب. $\frac{f(x^+) + f(x^-)}{2}$ ج. $2(f(x^+) - f(x^-))$ د. $2(f(x^+) + f(x^-))$

۱۷. جواب معادله $u_x = u_y$ با شرط $u(x, 0) = e^{-2x}$ برابر است با

الف. $u = e^{2(x+y)}$ ب. $u = e^{2(x-y)}$ ج. $u = e^{-2(x-y)}$ د. $u = e^{-2(x+y)}$

۱۸. نوع معادله‌ی $u_{xx} + 3u_{xy} + 2u_{yy} = x$ را مشخص کنید.

الف. هذلولی‌گون ب. بیضی‌وار ج. بیضی‌وار و سهمی‌وار د. سهمی‌وار

۱۹. تغییر متغیری که معادله سؤال ۱۸ را به فرم متعارف (کانونی) تبدیل می‌سازد کدام است؟

الف. $\alpha = y - x, \beta = y + x$ ب. $\alpha = y - 2x, \beta = y - x$

ج. $\beta = y + 2x, \alpha = y - x$ د. $\beta = y - 2x, \alpha = y + x$

۲۰. انتگرال فوریه‌ی تابع $f(x) = \begin{cases} \pi, & |x| \leq \pi \\ 0, & |x| > \pi \end{cases}$ برابر است با

الف. $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \alpha \pi}{\alpha} \cos \alpha x d\alpha$ ب. $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \alpha x}{\alpha} \sin \alpha \pi d\alpha$

ج. $f(x) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \alpha \pi}{\alpha} \cos \alpha x d\alpha$ د. $f(x) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \alpha x}{\alpha} \sin \alpha \pi d\alpha$



دانشگاه پیام نور
مرکز آزمون

سوالات تشریحی

* بارم هر سوال تشریحی ۲ نمره می باشد.

۱. مشتق پذیری تابع $f(z) = zRe z$ را در صفحه مختلط بررسی کنید.

۲. تصویر ناحیه ی $v \geq 0$ و $|u| \leq \frac{\pi}{4}$ را تحت تبدیل $z = \sin w$ بیابید.

۳. حاصل $\oint_C \frac{\sinh z}{z^2} dz$ را بیابید جایی که C مرز دایره ی $|z| = 1$ است.

۴. سری فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} -k, & -\pi < x < 0 \\ k, & 0 < x < \pi \end{cases}$ را برای فاصله ی $(-\pi, \pi)$ بنویسید. با استفاده از آن مقدار مجموع

زیر را بیابید.

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

۵. معادله ی زیر را با شرایط داده شده حل کنید.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$\begin{cases} u(x, 0) = x, & 0 \leq x \leq \pi \\ u_t(x, 0) = k, & 0 \leq x \leq \pi \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \end{cases}$$