

* دانشجوی گرامی: لطفاً گزینه ۱ را در قسمت کد سری سؤال برگه پاسخنامه خود، علامت بزنید. بدیهی است، مسئولیت این امر برعهده شما خواهد بود.

** این آزمون نمره منفی ندارد.

۱. مزدوج عدد $\frac{-1}{i+1}$ برابر است با

الف. $\frac{i-1}{2}$ ب. $\frac{i+1}{2}$ ج. $\frac{1-i}{2}$ د. $\frac{1}{i-1}$

۲. مقدار $\frac{1}{16}(1-i)^{16}$ کدام است.

الف. ۱۶ ب. -۱۶ ج. ۲۵۶ د. -۲۵۶

۳. مکان هندسی $|z-2|=|z+4|$ کدام گزینه است.

الف. نقطه ب. خط راست ج. دایره د. بیضی

۴. همساز مزدوج تابع $U = xy$ کدام گزینه است.

الف. $V = \frac{x^2 - y^2}{2}$ ب. $V = \frac{-x^2 + y^2}{2}$ ج. $V = \frac{x^2 + y^2}{2}$ د. $V = \frac{-x^2 - y^2}{2}$

۵. تصویر خط $y = x + \frac{3}{2}$ به وسیله نگاشت $w = \frac{1}{z}$ کدام گزینه است.

الف. خطی است که از مبدا می گذرد ب. خطی است که از مبدا نمی گذرد
ج. دایره ای است که از مبدا می گذرد د. دایره ای است که از مبدا نمی گذرد

۶. فرض کنید $z = re^{i\theta}$ و $0 \leq \theta \leq 2\pi$ کدام یک از روابط زیر درست نیست.

الف. $\cos z = \cos \bar{z}$ ب. $\sin z = \sin \bar{z}$ ج. $e^z = e^{\bar{z}}$ د. $-\log z = \log \bar{z}$

۷. در نقطه $z=1$ تابع $f(z) = e^{\frac{-1}{(z-1)^3}}$ دارای

الف. یک قطب مرتبه دوم میباشد. ب. یک نقطه تکین برداشتنی می باشد.
ج. یک نقطه تکین برداشتنی می باشد. د. یک نقطه تکین اساسی است.

۸. انتگرال $\int_C \frac{z^2+1}{z^2-2z} dz$ با این فرض که C دایره یکه در جهت خلاف عقربه های ساعت است برابر است با

الف. πi ب. $4\pi i$ ج. $-4\pi i$ د. $-\pi i$

۹. $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 - \sin \theta}$ برابر است با

الف. $-\frac{8\pi}{3}$ ب. $\frac{8\pi}{3}$ ج. صفر د. π

۱۰. انتگرال $\int_0^{\sinh(z)} \frac{dz}{z^4}$ با این فرض که c مرز دایره بکه در جهت خلاف عقربه های

الف. $\frac{\pi}{3}$ ب. $-\frac{\pi}{3}$ ج. $\frac{\pi}{2}$ د. $-\frac{\pi}{2}$

۱۱. سری لوران تابع $f(z) = \frac{-2z+1}{z^4-1}$ که مرکز $z=0$ در ناحیه $|z|<1$ همگرا باشد عبارت است از:

الف. $-\sum_{n=0}^{\infty} z^{4n+1} + \sum_{n=0}^{\infty} z^{4n}$ ب. $-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^{4n+1}} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^{4n}}$ ج. $\sum_{n=0}^{\infty} z^{4n+1} - \sum_{n=0}^{\infty} z^{4n}$ د. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^{4n+1}} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^{4n}}$

۱۲. مانده سری لوران در بسط تابع $f(z) = \frac{e^z}{1-z}$ در مجاورت نقطه $z=0$ کدام است.

الف. ۱ ب. $\frac{1}{2}$ ج. e د. ۲

۱۳. یک دام از نگاشتهای زیر نگاشت ژوکوفسکی است؟

الف. $w = z^2 + 1$ ب. $w = z + \frac{1}{z}$ ج. $w = \frac{z^2+1}{2z}$ د. $w = \frac{1}{z^2} + 1$

۱۴. سری فوری سینوسی تابع $f(x) = x-1$ در فاصله $(0,1)$ کدام گزینه است.

الف. $\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi x}{n+1}$ ب. $\frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi x}{n+1}$ ج. $\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi x}{n}$ د. $\frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin n\pi x}{n}$

۱۵. مقدار $B(\alpha)$ در انتگرال فوری تابع $f(x) = \begin{cases} \pi & |x| \leq \pi \\ 0 & |x| > \pi \end{cases}$ کدام گزینه است؟

الف. $\frac{2}{\alpha} \sin \alpha\pi$ ب. $\frac{2}{\alpha} \cos \alpha\pi$ ج. $-\frac{2}{\alpha} \sin \alpha\pi$ د. صفر

۱۶. تبدیل فوری تابع ثابت $f(x) = k$ کدام گزینه است.

الف. $\frac{1}{k\alpha\sqrt{2\pi}}$ ب. $\frac{1}{k\alpha\sqrt{2\pi}}$ ج. $\frac{1}{k+i\alpha}$ د. وجود ندارد

۱۷. تبدیل خطی کسری که به ترتیب نقاط $-i, 0$ و i روی $0, \infty$ و -1 می نگارد برابر است با

الف. $w = \frac{z-i}{2z}$ ب. $w = \frac{-z+i}{2z}$ ج. $w = \frac{z+i}{2z}$ د. $w = \frac{-z-i}{2z}$

۱۸. معادله هذلولیگون $x = U_{xx} + 3U_{xy} + 2U_{yy}$ با استفاده از تغییر متغیر $\beta = y-x$ و $\alpha = y-2x$ به کدام گزینه تبدیل

الف. $U_{\alpha\beta} = \beta$ ب. $U_{\alpha\beta} = \alpha$ ج. $U_{\alpha} = cU_{\beta}$ د. $U_{\beta} = cU_{\alpha}$

۱۹. برای معادله دیفرانسل با مشتقات جزئی $xU_{xx} + yU_{yy} + 3y^2U_x = 0$ کدام گزینه د.
الف. در ناحیه $xy > 0$ هذلولوی است
ب. در ناحیه $xy < 0$ بیضوی
ج. در ناحیه $xy = 0$ سهموی است
د. در ناحیه $xy = 0$ خطی ممکن است
۲۰. کدام یک از معادلات زیر غیر خطی و شبه خطی است.
الف. $U_{xx} + U_{yy} = 0$ ب. $U_{xx} + c^2U_{yy} = 0$ ج. $UU_x + U_{xx} = x^3$ د. $U_t = c^2U_{xx}$

سوالات تشریحی

(بارم هر سؤال ۲ نمره)

۱. الف. آیا تابع $U = e^{-y}(x \sin x + y \cos x)$ تابعی همسان است؟ در صورت همسان بودن مزدوج آن تابع $f(z)$ را مشخص کنید؟
ب. تصویر ناحیه مستطیلی محدود به خطوط $x=0$ ، $y=0$ ، $x=1$ و $y=2$ را تحت نگاشت $w = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}z + 1 + 2i$ پیدا کنید.

۲. حاصل انتگرال زیر را بدست آورید.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin \pi x}{x^2 + 2x + 5} dx$$

۳. انتگرال فوریه $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ را بنویسید و با استفاده از آن انتگرال زیر را بدست آورید

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos kx + x \sin kx}{x^2 + 1} dx$$

۴. سری فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} -k & -\pi < x < 0 \\ k & 0 < x < \pi \end{cases}$ را برای فاصله $(-\pi, \pi)$ با شرط $f(x + 2\pi) = f(x)$ بنویسید و سپس حاصل $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$ را بدست آورید.

۵. الف. معادله $u_x = u_y$ را با شرط $u(x, 0) = e^{2x}$ حل کنید.
ب. معادله $u_{xx} + 3u_{xy} + 2u_{yy} = x$ را حل کنید.