

* دانشجوی گرامی: لطفاً، گزینه ۱ را در قسمت کد سری سؤال برگه پاسخنامه خود، علامت بزنید. بدیهی است، مسئولیت این امر برعهده شما خواهد بود.
* این آزمون نمره منفی ندارد

۱. مکان هندسی نقاطی که در رابطه $|z-1| - |z+1| = 0$ صدق کند، کدام است؟

الف. محور x ها ب. محور y ها ج. مبدا مختصات د. $x = 1$

۲. تعداد ریشه های معادله $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ کدام است؟

الف. ۲ ب. ۵ ج. ۴ د. ۳

۳. مقدار $\frac{-1}{128} (1+i)^{20}$ کدام است؟

الف. ۸ ب. $4(1+i)$ ج. $4(1-i)$ د. ۴

۴. تابع $f(z) = \ln[z - (5+6i)]$ در کدام نقطه تحلیلی نیست؟

الف. $z = 2-6i$ ب. $z = 1+5i$

ج. $z = 1-5i$ د. $z = 2+6i$

۵. اگر $A = P + iQ$ حقیقی باشد، مقدار $\text{curl}(\nabla A)$ کدام است؟

الف. $\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y}$ ب. ۱

ج. $\frac{\partial^2 P}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 Q}{\partial^2 y}$ د. ۰

۶. $\exp\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ مقدار اصلی کدام یک از داده های زیر است؟

الف. i^i ب. i^2 ج. $i^{\frac{\pi}{i}}$ د. $\frac{\pi^i}{i}$

۷. حاصل انتگرال $\oint_c \left(\frac{z}{\bar{z}} + \frac{|z|}{z} \right) dz$ روی دایره یکه در خلاف جهت عقربه های ساعت کدام است؟

الف. $2\pi i$ ب. $4\pi i$ ج. $-2\pi i$ د. ۰

۸. سری لوران تابع $f(z) = \frac{1-2z}{z^4-1}$ که به مرکز $a=0$ در ناحیه $|z|<1$ همگرا باشد، کدام است؟

الف. $2 \sum_{n=0}^{\infty} z^{4n+1} - \sum_{n=0}^{\infty} z^{4n}$ ب. $-2 \sum_{n=0}^{\infty} z^{4n+1} + \sum_{n=0}^{\infty} z^{4n}$

ج. $-2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^{4n-1}} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^{4n}}$ د. $2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^{4n-1}} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^{4n}}$

۹. $\operatorname{Res} \frac{1}{z(z+2)^3}$ در نقطه $z=-2$ کدام است؟

الف. $-\frac{1}{4}$ ب. $-\frac{1}{8}$ ج. $\frac{1}{4}$ د. $\frac{1}{8}$

۱۰. مقدار اصلی کوشی $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{x^4+1}$ کدام است؟

الف. $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$ ب. $2\sqrt{2}\pi$ ج. $\frac{2\pi}{\sqrt{2}}$ د. $\sqrt{2}\pi$

۱۱. تبدیل دو خطی که نقاط -1 ، 1 ، 0 را به ترتیب به روی 0 ، -1 ، 1 می نگارد کدام است؟

الف. $W = \frac{z+1}{3z+1}$ ب. $W = \frac{1}{z}$ ج. $W = \frac{z+1}{-3z+1}$ د. $W = \frac{z+1}{3z-1}$

۱۲. سری فوریه کسینوسی تابع $f(x) = \frac{x}{2}$ برای فاصله $(0, \pi)$ کدام است؟

الف. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi} \left(\frac{-2}{4} \cos 2x + \frac{-2}{16} \cos 4x + \dots \right)$ ب. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\pi} \left(-2 \cos x + \frac{-2}{9} \cos 3x + \dots \right)$ ج. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\pi} \left(\frac{-2}{4} \cos 2x + \frac{-2}{16} \cos 4x + \dots \right)$ د. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi} \left(-2 \cos x + \frac{-2}{9} \cos 3x + \dots \right)$

۱۳. اگر سری فوریه مثلثاتی $f(x)$ در فاصله $(T = 2\pi) - \pi < x < \pi$ بصورت

$$\frac{a_0}{2} + \sum (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

باشد آنگاه برای $f(x) = (\sin x + \cos 2x)^2$ مقدار

b_3 کدام است؟

- الف. $\frac{1}{2}$ ب. 10 ج. $\frac{1}{3}$ د. 1

۱۴. اگر ضرایب سری فوریه نمایی تابع $f(x)$ برابر c_n باشد آنگاه ضرایب سری فوریه نمایی تابع $f(x-t)$ کدام است؟

الف. $d_n = c_n e^{\frac{-i n \pi t}{l^2}}$ ب. $d_n = c_n e^{\frac{i n \pi t}{l}}$ ج. c_n د. $d_n = c_n e^{\frac{-i n \pi t}{l}}$

۱۵. سری فوریه نمایی تابع متناوب $f(x)$ ، $f(x+2\pi) = f(x)$ ، $-\pi < x < \pi$ ، $f(x) = x$ ، کدام است؟

الف. $\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{inx}}{n}$ ب. $\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{i e^{inx}}{n}$ ج. $\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n i e^{inx}}{n}$ د. $\sum_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{inx}}{n}$

۱۶. کدام قضیه معکوس قضیه کوشی - گورسا می باشد؟

- الف. قضیه انتگرال کوشی ب. قضیه گاوس ج. قضیه مورآ د. قضیه لیوویل

۱۷. تبدیل فوریه سینوسی تابع $w = e^{-5x}$ کدام است؟

الف. $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{-5}{w^2 + 25}$ ب. $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{w}{w^2 + 25}$ ج. $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{w}{w^2 - 25}$ د. $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{5}{w^2 - 25}$

۱۸. حاصل معادله انتگرال $f(x) = f'(x) + \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-\frac{(x-t)^2}{2}} dt$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(\alpha) e^{-\frac{\alpha^2}{2} + i\alpha x}}{2 - e^{\frac{\alpha^2}{2}}} d\alpha$

ب. $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(\alpha) e^{-\frac{\alpha^2}{2} + i\alpha x}}{2 - e^{\frac{\alpha^2}{2}}} d\alpha$

ج. $\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i\alpha F(\alpha) e^{-\frac{\alpha^2}{2} + i\alpha x}}{2 - e^{\frac{\alpha^2}{2}}} d\alpha$

د. $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i\alpha F(\alpha) e^{-\frac{\alpha^2}{2} + i\alpha x}}{2 - e^{\frac{\alpha^2}{2}}} d\alpha$

۱۹. شکل متعارف معادله $u_{xx} + 3u_{xy} + 2u_{yy} = x$ کدام است؟

الف. بیضوی ب. سهموی ج. هذلولیگون د. خطی همگن

۲۰. معادله توزیع دما در یک صفحه دایره ای به شعاع واحد که وجوه آن عایق شده اند بصورت زیر می باشد:

$$u(p, \phi) = (A_1 \cos \lambda \phi + A_2 \sin \lambda \phi) (B_1 e^{\rho} + B_2 e^{-\rho})$$

کدام عبارت صحیح است؟

الف. $B_2 = 0, \lambda = 0, 2, 4, \dots$

ب. $B_2 = 0, \lambda = 0, 1, 2, \dots$

ج. $A_2 = 0, \lambda = 0, 1, 2, \dots$

د. $A_2 = 0, \lambda = 0, 2, 4, \dots$

سوالات تشریحی

۱. تصویر داخل دایره $|z| = 1$ را با استفاده از تابع $w = \frac{1}{(z+i)^2}$ بدست آورید. (۲نمره)

۲. مقادیر انتگرال های مختلط زیر با شرایط داده شده را بدست آورید. (۲نمره)

الف. $\oint_C \frac{z(z^2+1)}{(z-1)^2} dz$ که در آن C دایره $|z|=2$ می باشد.

ب. $\int_C \frac{\sinh \frac{1}{z}}{1-z} dz$ که در آن C دایره $|z|=2$ می باشد. (با استفاده از مانده ها)

تعداد سؤال: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تست

نام درس: ریاضیات مهندسی

رشته تحصیلی-گرایش: کامپیوتر

کد درس: ۱۱۱۱۰۹۵

۳. با نوشتن سری لوران حول نقطه $z = 0$ با فرض $|z| = 1$ ، ثابت کنید که: (۲نمره)

$$\oint \frac{\sin z + \sinh z}{z^6} dz = \frac{\pi i}{30}$$

$$۴. \text{ انتگرال فوریه تابع } f(x) = \begin{cases} -1 & -1 < x < 0 \\ 1 & 0 < x < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases} \text{ را بدست آورید و به کمک آن حاصل } \int_0^{\infty} \frac{\sin^3 x}{x} dx \text{ را}$$

پیدا کنید. (۲نمره)

۵. با استفاده از تبدیلات فوریه مسئله گرمایی زیر را حل کنید. (۲نمره)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad -\infty < x < +\infty$$

$$u(x, 0) = f(x), \quad -\infty < x < +\infty$$