

نام درس: ریاضی مهندسی

رشته تحصیلی: گرایش: کامپیوتر

کد درس: ۲۶۱۱۹۰

تعداد سؤال: ۲۰ نیمی تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۵

۱. اگر $z = ((-1)^6)^{\frac{1}{3}}$ باشد، آنگاه یکی از مقادیر ممکن برای z کدام گزینه است؟

الف. ۱ — ب. $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ — ج. $-i$ — د. $\frac{\sqrt{3}+i}{2}$

۲. کدام رابطه در مورد عدد مختلط $z = a + ib$ درست است؟

الف. $\text{Im}(i\bar{z}) = -\text{Re}(z)$ — ب. $\text{Re}(i\bar{z}) = \text{Im}(z)$ — ج. $\text{Re}(iz) - \text{Im}(z) = 0$ — د. $\text{Re}(z) + \text{Im}(iz) = 0$

۳. معادله هذلولی $xy = k$ در صفحه مختلط کدام است؟

الف. $z^2 - \bar{z}^2 = 4ki$ — ب. $z^2 - (i\bar{z})^2 = 4k$ — ج. $z^2 = 4k + \bar{z}^2$ — د. $\bar{z}^2 = 4k - z^2$

۴. تابع $u = e^{-y} \cos x$ یک تابع همساز است. اگر تابع مزدوج همساز آن v باشد، تابع تحلیلی $f = u + iv$ کدام است؟

الف. e^{iz} — ب. e^{-z} — ج. $e^{\bar{z}}$ — د. e^{-iz}

۵. اگر $A(x, y) = P + iQ$ باشد، که در آن Q, P توابع مؤلفه‌های حقیقی و موهومی تابع A می‌باشند، آنگاه حاصل

عبارت $\text{Curl}(\nabla A)$ کدام است؟

الف. $\nabla(\text{div } Q)$ — ب. $\nabla(\text{curl } \bar{A})$ — ج. $\text{div}(\nabla P)$ — د. $\nabla^2 Q$

۶. برای تابع نمایی مختلط e^z کدام گزینه نادرست است؟

الف. $|e^{\bar{z}}| = |e^z|$ — ب. $|e^{iz}| = |e^z|$ — ج. $|e^{i\bar{z}}| = |e^{iz}|^{-1}$ — د. $|e^{-iz}| = |e^{iz}|^{-1}$

۷. کدام گزینه صحیح است؟

الف. $\sin(iz) = -i \sinh(z)$ — ب. $\sinh(z) = i \sin(iz)$ — ج. $\sinh(iz) = i \sin(z)$ — د. $\sin z = i \sinh(iz)$

نام درس: ریاضی مهندسی

رشته تحصیلی: گرایش: کامپیوتر

کد درس: ۲۶۱۱۹۰

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۵

۸. تصویر ناحیه محدود به نیم‌دایره $|z| \leq e$ ، در فاصله $0 \leq \theta \leq \pi$ تحت نگاشت $W = \ln z = u + iv$ (در شاخه اصلی لگاریتم) کدام ناحیه خواهد شد؟

الف. نوار مستطیل شکل $0 \leq u \leq 1$ ، $0 \leq v \leq \pi$

ب. نیم‌دایره $0 \leq u \leq 1$ ، $0 \leq v \leq \frac{\pi}{2}$

ج. نوار مستطیل شکل $0 \leq u \leq \frac{1}{2}$ ، $0 \leq v \leq \frac{\pi}{2}$

د. مربع $0 \leq u \leq 1$ ، $0 \leq v \leq 1$

۹. کدامیک از توابع زیر تام است؟

د. $\cos h(z\bar{z})$

ج. $\sin(\bar{z})$

ب. $e^{i\bar{z}}$

الف. e^{iz}

۱۰. مقدار اصلی $\ln(-\sqrt{2}i)$ کدام است؟

ب. $-\frac{\ln 2}{2} - i\frac{\pi}{2}$

الف. $\frac{\ln 2}{2} + i\frac{3\pi}{2}$

د. $\frac{\ln 2}{2} - i\frac{\pi}{2}$

ج. $-\frac{\ln 2}{2} + i\frac{\pi}{2}$

۱۱. حاصل انتگرال مختلط $\oint_C \frac{z^3 + z + 1}{z^2 + 1} dz$ که در آن C دایره $|z - i| = \frac{1}{4}$ می‌باشد، کدام است؟

د. $4\pi i$

ج. π

ب. $-\frac{\pi i}{2}$

الف. 2π

۱۲. حاصل انتگرال $\oint_C \frac{e^{-z}}{C(z^3 + 2z^2)} dz$ که در آن C دایره $|z - 2| = 1$ می‌باشد کدام است؟

ب. $2\pi i(1 + e^2)$

الف. $2\pi i(1 + e^{-2i})$

د. صفر

ج. $2\pi i$

نام درس: ریاضی مهندسی

رشته تحصیلی: گرایش: کامپیوتر

کد درس: ۲۶۱۱۹۰

تعداد سؤال: ۲۰ نیمی تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۵

۱۳. اگر تابع $f(z)$ در همسایگی نقطه $z = z_0$ تحلیلی باشد، آنگاه دنباله ضرایب بسط تیلور آن در نمایش

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - z_0)^n$$

از کدام رابطه بدست می آید؟

الف. $a_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(t) dt}{(t - z_0)^{n+1}}$ ب. $a_n = \frac{1}{2\pi i} f^{(n)}(z_0)$

ج. $a_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f'(t) dt}{(t - z_0)^{n+1}}$ د. $a_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(t) dt}{(t - z_0)^n}$

۱۴. بسط مک لورن تابع $w = \sinh(z)$ و شعاع همگرایی کدام است؟

الف. $z - \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} - \frac{z^7}{7!} + \dots, R = \infty$ ب. $z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \frac{z^7}{7!} + \dots, R = \infty$

ج. $z + \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^7}{7} + \dots, R = 1$ د. $z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} + \frac{z^7}{7!} + \dots, R = 1$

۱۵. انتگرال $\oint_C \frac{z^4 + 1}{z^2(z^2 + 4)} dz$ ، که در آن C منحنی $|z| = 1$ می باشد، دارای در ناحیه انتگرالگیری است.

الف. دو قطب ساده ب. یک قطب ساده و یک قطب دوگانه

ج. یک قطب دوگانه د. دو قطب دوگانه

۱۶. تبدیل دوخطی ای که نقاط $z_1 = \infty$ و $z_2 = i$ و $z_3 = 0$ را به نقاط $w_1 = 0$ و $w_2 = i$ و $w_3 = \infty$ را تصویر کند،

کدام است؟

الف. $w = \frac{-1}{z}$ ب. $w = \frac{1}{z}$

ج. $w = \frac{1}{z - i}$ د. $w = \frac{-1}{z - i}$

نام درس: ریاضی مهندسی

رشته تحصیلی: گرایش: کامپیوتر

کد درس: ۲۶۱۱۹۰

تعداد سؤال: ۲۰ نیمی تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۵

۱۷. در تابع $f(x) = \begin{cases} x - \frac{\pi}{2}, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x + 3\frac{\pi}{2}, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$ مقدار سری فوریه آن (که در فاصله $[0, \pi]$ نوشته می شود)،

در نقطه میانی $x = \frac{\pi}{2}$ برابر کدام است؟

- الف. π ب. $\frac{\pi}{2}$ ج. 2π د. وجود ندارد

۱۸. اگر $f(x)$ تابعی فرد بر بازه $(-\infty, +\infty)$ باشد، تبدیل انتگرال فوریه آن کدام گزینه خواهد بود؟

- الف. $\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty f(t) \cos \alpha t \sin \alpha x dt d\alpha$ ب. $\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty f(t) \sin \alpha t \cos \alpha x dt d\alpha$
ج. $\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty f(t) \sin \alpha t \sin \alpha x dt d\alpha$ د. $\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty f(t) \cos \alpha t \cos \alpha x dt d\alpha$

۱۹. تابع $f(x, y) = \cos(x - 2y) + e^{x-2y}$ جواب کدام معادله دیفرانسیل مشتق جزئی زیر است؟

- الف. $4u_{xx} - u_{yy} = 0$ ب. $8u_{xxx} + u_{yyy} = 0$
ج. $2u_x - u_y = 0$ د. $4u_{xy} + u_{yx} = 0$

۲۰. در حل مسائل موج برای میله نامتناهی از چه روشی باید استفاده نمود؟

- الف. جداسازی متغیرها ب. تبدیل فوریه
ج. سری فوریه د. تجزیه به معادلات مؤلفه‌ای

نام درس: ریاضی مهندسی

رشته تحصیلی: گرایش: کامپیوتر

کد درس: ۲۶۱۱۹۰

تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۵

«سؤالات تشریحی»

۱. الف. معادله $z^n - \bar{z} = 0$ را حل کنید.ب. معادله دکارتی مکان هندسی $|z+i| + |z-i| = k$ را به ازای $k \geq 2$ بیابید.

۲. ثابت کنید اگر تابع $f = u + iv$ و مزدوج آن $\bar{f} = u - iv$ هر دو بر ناحیه بازى مانند D از صفحه C تحلیلی باشند، آنگاه f باید یک تابع ثابت بر D باشد. اگر همین مسئله برای f و $|f|$ داده شده باشد، آنگاه f چه شرطی باید داشته باشد؟

۳. فقط به یکی از دو بخش الف یا ب پاسخ دهید:

الف. برای متغیر مختلط $z = x + iy$ ثابت کنید:

$$|\sin z|^2 + |\cos z|^2 = \sinh^2(y) + \cosh^2(y)$$

ب. تصویر درون دایره $|z|=1$ را تحت نگاشتهای $w_1 = \frac{1}{z}$ و $w_2 = z^2$ را بیابید. شکل نواحی را نیز رسم کنید.

۴. فقط به یکی از دو بخش الف یا ب پاسخ دهید:

الف. حاصل انتگرال $\int_C \frac{z dz}{(z^2-1)^2(z^2+1)}$ ، که در آن $C: |z-1|=\sqrt{3}$ بدست آورید.

ب. انتگرال فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} -1, & -1 < x < 0 \\ 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ را بدست آورید.

۵. فقط به یکی از دو بخش الف یا ب پاسخ دهید:

الف. نوع معادله مشتق جزئی $u_{xx} + 3u_{xy} + 2u_{yy} = x$ را مشخص کنید. و به کمک معادلات مشخصه آن جواب

عمومی آن را بیابید.

ب. معادله $u_x = u_y$ با شرط اولیه $u(x, 0) = e^{2x}$ را به کمک روش جداسازی متغیرها حل کنید.