

«استفاده از ماشین حساب مجاز نیست»

۱. میانگین تابع $f(x) = 9 - x^2$ درباره $[0, 3]$ چقدر است؟

- الف. ۹ ب. ۶ ج. ۳ د. ۰

۲. مشتق تابع $G(x) = \int_0^x t(1+t^3)^{29} dt$ کدام است؟

- الف. $\frac{x^2}{2}(1+x^3)^{30}$ ب. $\frac{x^2}{2}(1+\frac{x^4}{4})^{29}$
 ج. $x(1+x^3)^{29}$ د. $x(1+\frac{x^4}{4})^{29}$

۳. مقدار انتگرال $\int_1^e \ln x dx$ برابر است با:

- الف. ۱ ب. e ج. ۰ د. $1 - e$

۴. مقدار انتگرال $\int_0^1 t^2(\sqrt[3]{t} - \sqrt{t}) dt$ برابر است با:

- الف. $\frac{1}{70}$ ب. $\frac{1}{140}$ ج. $\frac{3}{10}$ د. $\frac{6}{70}$

۵. مقدار انتگرال $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{x^2 - 9}} dx$ برابر است با:

- الف. ۴ ب. ۱ ج. ۲ د. $\frac{4}{\sqrt{7}}$

۶. مساحت محدود به نمودار $y = x^3 - x$ و خط $x = 0$ برابر است با:

- الف. ۱ ب. $\frac{1}{2}$ ج. $\frac{1}{3}$ د. ۲

۷. اگر $\int_3^a x^2 dx = 0$ باشد، مقدار a کدام است؟

- الف. ۰ ب. ۳ ج. ۲ د. -۲

۸. حجم حاصل از دوران ناحیه زیر نمودار $y = \sqrt{x}$ از $x = 0$ تا $x = 4$ حول محور x ها برابر است با:

- الف. 4π ب. 3π ج. 6π د. 8π

۹. اگر $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & x \leq 1 \\ 4-x & x > 1 \end{cases}$ ، آنگاه $\int_0^2 f(x)dx$ برابر است با:

الف. ۲

ب. ۸

ج. $\frac{5}{2}$

د. $\frac{7}{2}$

۱۰. $\int e^{\frac{x}{3}} dx$ برابر است با:

الف. $3e^{\frac{x}{3}} + c$

ب. $\frac{1}{3}e^{-3x} + c$

ج. $\frac{1}{3}e^{3x} + c$

د. $\frac{1}{3}e^{3x} + c$

۱۱. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ کدام است؟

الف. $2 \sin \sqrt{x} + c$

ب. $-\cos \frac{\sqrt{x}}{2} + c$

ج. $-\cos \sqrt{x} + c$

د. $2 \cos \sqrt{x} + c$

۱۲. کدام سری همگراست؟

الف. $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n$

ب. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$

ج. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{6}{10}\right)^n$

۱۳. کدام سری واگر است؟

الف. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{2^n}$

ب. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{2n^2-1}$

ج. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}$

د. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

۱۴. سری مک لورن $\frac{(e^x - 1)}{x}$ کدام است؟

الف. $1 + \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{3!} + \frac{x^3}{4!} + \frac{x^4}{5!} + \dots$

ب. $x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$

ج. $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \dots$

د. $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$

۱۵. اگر سری مک لورن تابع $\frac{1}{1-x}$ برابر $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \dots$ باشد، آنگاه سری مک لورن

$$\frac{1}{(1-x)^2}$$

برابر کدام سری است؟

الف. $1 + x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + \dots + nx^n + \dots$

ب. $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + \dots + nx^{n-1} + \dots$

ج. $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^n}{n} + \dots$

د. $1 + \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{3!} + \frac{x^3}{4!} + \frac{x^4}{5!} + \dots + \frac{x^n}{(n+1)!} + \dots$

۱۶. اگر $f(x, y) = e^x(2x + y)$ باشد، آنگاه مقدار $f_x(0, 2)$ کدام است؟

د. ۴

ج. ۳

ب. ۲

الف. ۵

۱۷. اگر $z = 2x^2 - 3y^3$ و $x = \sqrt{t}$ و $y = e^{2t}$ باشد. $\frac{dz}{dt}$ برابر کدام یک است؟

د. $2 - 18e^{2t}$

ج. $4 - 16e^{4t}$

ب. $1 - 9e^{2t}$

الف. $2 - 18e^{4t}$

۱۸. فرض کنید $f(x, y, z) = x^2z^3 + x^3y^2 - z^3 + 5xz - 2 = 0$ ، دراینصورت $\frac{\partial z}{\partial y}$ برابر کدام یک است؟

الف. $\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{2xz^3 + 6x^3y}{3x^2z^2 - 3z^2 + 5x}$

ب. $\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{2x^3y}{3x^2z^2 - 3z^2 + 5x}$

ج. $\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{2xz^3 + 3x^2y^2 + 5z}{x^2z^2 - 5z^2 + 3x}$

د. $\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{3x^2y}{3x^2z^2 - 3z^2 + 5x}$

۱۹. جواب معادله دیفرانسیل $y' - 3x - 1 = 0$ با شرط اولیه $y(2) = 5$ (یعنی اگر $x = 2$ آنگاه $y = 5$) برابر است با:

ب. $y = \frac{3}{2}x^2 - x + 3$

الف. $y = \frac{2}{3}x^2 - x - 3$

د. $y = \frac{2}{3}x^2 + x + 3$

ج. $y = \frac{3}{2}x^2 + x - 3$

۲۰. کدام معادله دیفرانسیل جدا شدنی نیست؟

ب. $e^y y' = 2x + 1$

الف. $y' = 3x + 1$

د. $y' = x^3 y^2 + 1$

ج. $(3x + 1)dx - dy = 0$

سوالات تشریحی:

۱. ناحیه محدود به نمودارهای $y = 8, y = 1, y = x^3$ را حول محور y دوران داده ایم حجم جسم دوار حاصل را بیابید.

۲. انتگرال های زیر را بدست آورید:

ب. $\int \frac{3x+1}{x^2-1} dx$

الف. $\int \sin^4 x \cos^3 x dx$

۳. همگرایی یا واگرایی سری های زیر را مشخص کنید:

الف. $\sum_{n=0}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$

ب. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2}$

۴. نقطه های ماکسیمم یا می نیمم نسبی و یا نقطه زین اسبی تابع زیر را در صورت وجود تعیین کنید:

$$f(x, y) = x^2 - 2xy + \left(\frac{1}{3}\right)y^3 - 3$$

۵. معادله دیفرانسیل زیر را حل کرده و جواب عمومی را بدست آورید.

$$y' = \frac{xe^x}{y}$$