

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- مساحت ناحیه بین نمودارهای  $y = x^2$  و  $y = 1$  برابر است با

۳.۴  $\frac{3}{2}$

۴.۳  $\frac{4}{3}$

۲.۲  $\frac{1}{3}$

۱.۲  $\frac{2}{3}$

۲- حجم حاصل از دوران ناحیه محدود به  $x = y^2$ ،  $y = 1$  و  $x = 0$  حول محور  $x$  ها برابر است با

۴.۴  $2\pi$

۳.۳  $\frac{\pi}{4}$

۲.۲  $\frac{\pi}{2}$

۱.۲  $\frac{\pi}{3}$

۳- طول قوس نمودار  $y = \frac{1}{3}(2x)^{\frac{3}{2}}$  در بازه  $[0, 1]$  برابر است با

۴.۴  $\frac{1}{6}(5^{\frac{3}{2}} - 1)$

۳.۳  $\frac{1}{6}(3^{\frac{3}{2}} - 1)$

۲.۲  $\frac{1}{3}(5^{\frac{3}{2}} - 1)$

۱.۲  $\frac{1}{3}(3^{\frac{3}{2}} - 1)$

۴- اگر  $f'(x) = \frac{f(x)}{2}$  و همچنین  $f(0) = 3$ ، آنگاه  $f(x)$  برابر است با

۴.۴  $3e^{\frac{x}{2}}$

۳.۳  $\frac{1}{3}e^{2x}$

۲.۲  $\frac{1}{3}e^{\frac{x}{2}}$

۱.۲  $3e^{2x}$

۵- کدام گزینه درمورد تابع  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  صحیح است؟

۲.۲ نقطه  $(e, \frac{1}{e})$  مینیمم نسبی است.

۱.۲ نقطه  $(e, \frac{1}{e})$  ماکزیمم نسبی است.

۴.۴ نقطه  $(\frac{1}{e}, e)$  مینیمم نسبی است.

۳.۳ نقطه  $(\frac{1}{e}, e)$  ماکزیمم نسبی است.

۶- اگر  $f(x) = e^{3 \ln x}$ ، آنگاه مشتق  $f'(x)$  برابر است با

۴.۴  $\frac{1}{3e^x}$

۳.۳  $\frac{1}{3}e^{3 \ln x}$

۲.۲  $3x^2$

۱.۲  $3xe^{3 \ln x}$

۷- مقدار انتگرال  $\int_0^{\ln 2} 3e^{2x} dx$  برابر است با:

۱.  $3e^{2\ln 2}$       ۲.  $\frac{3}{2}(e^2 - 1)$       ۳.  $\frac{9}{2}$       ۴.  $\frac{3}{2}$

۸- زاویه  $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  برابر است با:

۱.  $\frac{\pi}{2}$       ۲.  $-\frac{\pi}{2}$       ۳.  $-\frac{\pi}{4}$       ۴.  $\frac{\pi}{4}$

۹- مقدار  $\int_0^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx$  برابر است با:

۱.  $\frac{\pi}{8}$       ۲.  $\frac{\pi}{4}$       ۳.  $\frac{\pi}{3}$       ۴. صفر

۱۰- مقدار  $\int_1^e \ln x dx$  برابر است با:

۱. ۰      ۲. ۱      ۳.  $\frac{1}{2}$       ۴. e

۱۱- مقدار  $\int_3^4 \frac{1}{x^2 - 4} dx$  برابر است با:

۱.  $\frac{1}{4} \ln \frac{5}{3}$       ۲.  $\frac{1}{4} \ln \frac{3}{5}$       ۳.  $\frac{1}{2} \ln \frac{5}{3}$       ۴.  $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$

۱۲- انتگرال  $\int e^x \sin e^x dx$  برابر است با:

۱.  $e^x \cos e^x + c$       ۲.  $-e^x \cos e^x + c$       ۳.  $-\cos e^x + c$       ۴.  $\cos e^x + c$

۱۳- اگر  $z = \ln(x^2 + y^2)$ ، آنگاه کدام گزاره صحیح است؟

۲.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 1$

۱.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 1$

۴.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

۳.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

۱۴- کدام گزینه درباره تابع  $f(x, y) = y^2 - x^2$  صحیح است؟

۱. نقطه  $(0, 0)$ ، یک نقطه ماکزیمم نسبی است.

۲. نقطه  $(0, 0)$ ، یک نقطه مینیمم نسبی است.

۳. نقطه  $(0, 0)$ ، یک نقطه زین اسبی است.

۴. نقطه  $(0, 0)$ ، یک نقطه اکسترمم نیست.

۱۵- مقدار انتگرال دوگانه  $\int_0^2 \int_y^{2y} x dx dy$  برابر است با:

۱. ۲      ۲. ۴      ۳.  $\frac{8}{3}$       ۴. ۰

۱۶- حجم زیر سطح نمودار تابع  $z = f(x, y)$  و بالای ناحیه محدود به محورهای  $X$  و  $Y$  و خط  $y = 2 - 2x$  برابر است با:

۱.  $\int_0^1 \int_{y^2}^1 f dy dx$       ۲.  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} f dy dx$       ۳.  $\int_0^1 \int_0^{2-2x} z dy dx$       ۴.  $\int_0^2 \int_0^{2-2x} z dx dy$

۱۷- مقدار انتگرال دوگانه  $\int_0^1 \int_{y^2}^1 f dx dy$  برابر است با:

۱.  $\int_{y^2}^1 \int_0^1 f dy dx$       ۲.  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{x}} f dy dx$       ۳.  $\int_1^2 \int_1^0 f dy dx$       ۴.  $\int_0^1 \int_1^{y^2} f dy dx$

۱۸- اگر  $R$  ناحیه محدود به خطوط  $y = \sqrt{x}$  و  $y = x + 1$  و  $x = 0$  و  $x = 1$  باشد، آنگاه انتگرال دوگانه  $f(x, y) = 2xy$  روی ناحیه  $R$  برابر است با:

۱. 24      ۲.  $\frac{24}{5}$       ۳.  $\frac{13}{12}$       ۴. 0

۱۹- جواب معادله دیفرانسیل  $xdy = (1 - y)dx$  با شرط  $y(1) = 2$  برابر است با:

۱.  $2xy = x + 3$       ۲.  $xy = x - 1$       ۳.  $xy = 1 - x$       ۴.  $xy = 1 + x$

۲۰- کدام معادله دیفرانسیل کامل است؟

۱.  $(4y + y^2 e^x)dx + (4x + 2ye^x)dy$       ۲.  $3ydx + (xy + 5x)dy = 0$   
۳.  $(e^x \sin x)dx - (\cos x)^2 dy = 0$       ۴.  $xdy - ydx = 0$

### سوالات تشریحی

۱- ناحیه محدود به نمودار  $y = x^2$  و  $y = 4$  را حول خط  $y = 4$  دوران داده ایم. حجم حاصل را بیابید. ۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید یک کلنی از کرم میوه بنا به قانون  $p(t) = p_0 e^{kt}$  رشد می کند و اندازه کلنی در ۶ روز دو برابر می شود. در اینصورت  
(الف) ثابت رشد ( $k$ ) را بیابید  
(ب) اگر  $p_0 = 300$ ، آنگاه در چه لحظه ای کلنی دارای ۱۲۰۰ کرم میوه خواهد بود. ۱.۴۰ نمره

۳- انتگرال  $\int e^x \cos x dx$  را حل نمایید. ۱.۴۰ نمره

۴- حجم زیر سطح  $f(x, y) = x^2 + y^2 + 1$  و بالای ناحیه محدود به منحنی  $y = x^2$  و خط  $y = x$  را بیابید. ۱.۴۰ نمره

۵- معادله دیفرانسیل  $(3x^2y - 2y^3 + 3)dx + (x^3 - 6xy^2 + 2y)dy = 0$  را در نظر بگیرید.  
(الف) نشان دهید که معادله فوق یک معادله دیفرانسیل کامل است.  
(ب) جواب معادله دیفرانسیل فوق را بیابید. ۱.۴۰ نمره