

\*استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. الف) مفهوم الگوریتم را بیان کنید.

ب) کدام الگوریتم را پایدار عددی یا خوش رفتار گویند؟ دقیقاً توضیح دهید.

ج) می‌دانیم به ازای مقدار داده شده ثابت  $x$  و عدد صحیح  $k$  مقدار  $\cos kx$  را می‌توان با استفاده از رابطه بازگشتی زیر به ازای  $k-1$  و  $m=1,2,\dots$  محاسبه نمود

$$\cos(m+1)x = 2\cos x \cos mx - \cos(m-1)x$$

آیا به ازای  $|x|$  در حد کافی کوچک الگوریتم فوق پایدار عددی است؟

۲. الف) درونیاب کسری جدول مقابل را بیابید.

$x_i$	۰	۱	-۱	۲	-۲
$f_i$	۱	۳	$\frac{۳}{۵}$	۳	$\frac{۳}{۵}$

ب) در حالت کلی در مورد خطای درونیاب کسری چه می‌توان گفت؟

۳. الف) در صورتیکه از قاعده زیر جهت تقریب انتگرال داده شده استفاده نمائیم، فرمول خطای روش را بدست آورید.

$$\int_0^1 f(x) dx \approx \frac{1}{2} (f(0) + f(1)) + \frac{1}{12} (f'(0) + f'(1))$$

ب) تفاوت یا وجه تمایز روشهای انتگرال گیری عددی خانواده نیوتن - کاستر با روشهای انتگرال گیری گاوسی را بیان نمائید.

۴. معادله انتگرالی زیر را در نظر بگیرید.

$$x(t) = \lambda \int_0^1 (t+s+x^2(s)) ds \quad 0 < t < 1$$

با استفاده از قضیه نگاشت انقباض معادله فوق به ازای کدام مقادیر  $\lambda$  در گوی  $B = \{x \in C[0,1] \mid \|x\|_{\infty} \leq 1\}$  دارای جواب منحصر به فرد است. جواب تقریبی را به ازای ۳ تکرار بیابید.