

استفاده از ماشین حساب ساده، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر  $fl_1(x)$  تقریب ممیز سیار عدد  $x \neq 0$  در حالت گرد کردن و  $fl_2(x)$  تقریب ممیز سیار عدد  $x \neq 0$  در حالت قطع

کردن در یک کامپیوتر  $t$  رقمی باشد در اینصورت کران بالای عبارت  $\frac{|x - fl_1(x)|}{|x - fl_2(x)|}$  کدام است؟

۱.  $\frac{1}{2}$  ۲. ۲ ۳.  $5 \times 10^{-t}$  ۴.  $10^{-t}$

۲- فرض کنید  $fl(x)$  تقریب ممیز سیار عدد  $x \neq 0$  باشد. در اینصورت اگر  $\tilde{y} = fl((a+b)+c)$  باشد. عامل اصلی گسترش خطا کدام است؟

۱.  $a+b+c$  ۲.  $\frac{a}{a+b+c}$  ۳.  $\frac{1}{a+b+c}$  ۴. ۱

۳- الگوریتم  $y = \varphi(a, b, c) := a + b + c$  را در نظر بگیرید اعداد شرطی الگوریتم داده شده کدام گزینه است؟

۱.  $\frac{p + \sqrt{p^2 + q}}{2\sqrt{p^2 + q}}, \frac{p}{\sqrt{p^2 + q}}$  ۲.  $\frac{1}{2\sqrt{p^2 + q}}, -1 + \frac{p}{\sqrt{p^2 + q}}$   
۳.  $\frac{p + \sqrt{p^2 + q}}{2\sqrt{p^2 + q}}, \frac{-p}{\sqrt{p^2 + q}}$  ۴.  $\frac{-1}{2\sqrt{p^2 + q}}, -1 + \frac{p}{\sqrt{p^2 + q}}$

۴- الگوریتم  $y = \varphi(a, b) := a^2 - b^2$  را در نظر بگیرید. خطای ذاتی این الگوریتم کدام گزینه است

۱.  $2(|a| + (a^2 - b^2))\epsilon$  ۲.  $(|b| + (a^2 - b^2))\epsilon$   
۳.  $3(|a| + (a^2 - b^2))\epsilon$  ۴.  $(|a^2 - b^2| + 2(a^2 + b^2))\epsilon$

۵- رابطه  $Y = ((x-3) \times x + 3) \times x$  را در نظر بگیرید با شروع از بازه  $x \in \tilde{x} = [0.9, 1.1]$  و با استفاده از حساب بازه ای مقدار  $\tilde{Y}$  در کدام گزینه صدق می کند؟

۱.  $[-2.31, -1.71]$  ۲.  $[0.69, 1.29]$  ۳.  $[0.621, 1.419]$  ۴.  $[-2.1, -1.9]$

۶- با توجه به نقاط  $(X_0, Y_0) = (0, 1)$  و  $(X_1, Y_1) = (1, 3)$  و  $(X_2, Y_2) = (3, 2)$ ، در چند جمله ای درونیابی لاگرانژ  $L_2(x)$  کدام است؟

۱.  $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x$  ۲.  $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x$  ۳.  $\frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{6}x$  ۴.  $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x$

۷- با در نظر گرفتن نقاط سوال قبل مقدار  $\rho_{012}^{(2)}$  در درون یابی به روش نوئل کدام است؟

۱.  $\frac{5}{3}$  ۲.  $\frac{5}{2}$  ۳.  $\frac{15}{2}$  ۴.  $\frac{10}{3}$

۸- در درون یابی هرمیت اگر

$$y_1'' = 40, y_1' = 10, y_1 = 0, \xi_1 = 1, \xi_0 = 0, y_0 = -1, y_0' = 2, n_1 = 3, n_0 = 2, m = 1 \text{ به کمک روش}$$

تفاضلات تقسیم شده نقاط متناظر نقاط فوق،  $f_{01}$  کدام است؟

۱. -۲ ۲. ۱ ۳. ۱۰ ۴. -۱

۹- کدام گزینه در درون یابی کسری صحیح است؟

۱. هر دستگاه معادلات خطی  $S^{\mu, \nu}$  دارای جواب غیر بدیهی است.  
۲. اگر کسر متباین  $\phi^{\mu, \nu}$  یک جواب برای  $S^{\mu, \nu}$  باشد در این صورت هیچ نقطه ی غیر قابل دسترسی وجود ندارد.  
۳.  $A^{\mu, \nu}$  دارای جواب است اگر و تنها اگر کسر متباین  $\tilde{\phi}^{\mu, \nu}$  یک جواب برای  $S^{\mu, \nu}$  باشد.  
۴. تمامی نقاط غیر قابل دسترس در مسله درون یابی حل ناپذیر  $A^{\mu, \nu}$  در موقعیت ویژه هستند.

۱۰- در درونیابی کسری به روش تفاضلات متقابل کدام گزینه صحیح است؟

۱. 
$$\rho(X_i, \dots, X_{i+k}) = \frac{X_i - X_{i+k}}{\rho(X_i, \dots, X_{i+k}) - \rho(X_{i+1}, \dots, X_{i+k})}$$
  
۲. 
$$\rho(X_i, \dots, X_{i+k}) = \frac{X_i - X_{i+k}}{\rho(X_i, \dots, X_{i+k}) - \rho(X_{i+1}, \dots, X_{i+k})} + \rho(X_{i+1}, \dots, X_{i+k+1})$$
  
۳. 
$$\rho(X_i, \dots, X_{i+k}) = \frac{X_i - X_{i+1}}{\rho(X_i, \dots, X_{i+k}) - \rho(X_{i+1}, \dots, X_{i+k})} + \rho(X_{i+1}, \dots, X_{i+k+1})$$
  
۴. 
$$\rho(X_i, \dots, X_{i+k})$$
 نسبت به جایگشت اندیس ها پایا است.



زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۸۰ تشریحی:

نعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۰

عنوان درس: آنالیز عددی پیشرفته

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات) ۱۱۱۱۱۸۰

۱۱- اگر در فرمول انتگرالگیری گوس  $\int_a^b w(x) f(x) dx = \sum_{i=1}^r w_i f(x_i)$  از تابع وزن  $w(x) \equiv 1$ ، بازه  $[-1, 1]$  و چندجمله ایهای

لاگرانژ  $P_1(x) = x - \frac{1}{3}$ ،  $P_2(x) = x$ ،  $P_3(x) = 1$  استفاده کنیم، ضرائب  $w_1, w_2, w_3$  کدامند؟

$$w_1 = -w_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad .4$$

$$w_1 = -w_2 = 1 \quad .3$$

$$w_1 = w_2 = 1 \quad .2$$

$$w_1 = 0, w_2 = 1 \quad .1$$

۱۲- به ازای کدام مقدار  $n$  خطای روش دوزنقه اصلاح شده برای محاسبه  $\int_0^1 \sin \frac{\pi x}{2} dx$  خطایی کمتر از  $10^{-6}$  دارد؟

$$\left( \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = \frac{h}{2} (f_i + f_{i+1}) + \frac{h^3}{12} (f'_i - f'_{i+1}), h = x_{i+1} - x_i \right)$$

$$15 \quad .4$$

$$12 \quad .3$$

$$10 \quad .2$$

$$6 \quad .1$$

۱۳- برای ماتریس  $A = \begin{bmatrix} P_1(x) & \dots & P_1(x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n-1}(x) & \dots & P_{n-1}(x_n) \end{bmatrix}$  که  $x_i$  ها دویبدو متمایز و  $P_i(x)$  ها چندجمله ایهای متعامد هستند، کدام

گزینه صحیح است؟

$$\det(A) = 1 \quad .4$$

$$\det(A) \neq 0 \quad .3$$

$$\det(A) = 0 \quad .2$$

$$|\det(A)| = 1 \quad .1$$

۱۴- مرتبه دقت قاعده انتگرالگیری گوس با  $n$  گره کدام است؟

$$n+1 \quad .4$$

$$2n+1 \quad .3$$

$$2n-1 \quad .2$$

$$2n \quad .1$$

۱۵- اگر  $T_n = T(h)$  و  $T_{2n} = T(\frac{h}{2})$  و  $h = b - a$  باشد، آنگاه  $T_{2n}$  از رابطه  $T_{2n} = \frac{4}{3} T_n - \frac{1}{3} T_{4n}$  کدام است؟

۱. قاعده سیمسون

۲. قاعده گوس دونقطه ای

۳. فرمول مجموع اویلر-مک لورن

۴. قاعده دوزنقه ای اصلاح شده

۱۶- اگر به ازای هر  $x$  در ناحیه محدب  $Df(x), C_0 \subseteq \mathbb{R}^n$  وجود داشته باشد و برای ثابت  $\gamma$  داشته باشیم

$$\forall x, y \in C_0 \quad \|Df(x) - Df(y)\| \leq \gamma \|x - y\|$$

$$\|f(x) - f(y) - Df(y)(x - y)\| \leq \frac{\gamma}{2} \|x - y\|^2 \quad .1$$

$$\|f(x) + f(y) - Df(y)(x - y)\| \leq \frac{\gamma}{2} \|x - y\|^2 \quad .2$$

$$\|f(x) - f(y) + Df(y)(x - y)\| \leq \frac{\gamma}{4} \|x - y\|^2 \quad .3$$

$$\|f(x) + f(y) - Df(y)(x - y)\| \leq \frac{\gamma}{4} \|x - y\|^2 \quad .4$$

۱۷- فرض کنید  $A, B$  دو ماتریس  $n \times n$  باشند و همچنین  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}^n$  یک نگاشت آفین به صورت

$$F(u) := Au + b$$

$$p := x' - x, q := F(x') - F(x) = Ap$$

گزینه صحیح است

$$B' := b + \frac{1}{p^T p} (q - Bp)p^T$$

$$\text{lub}_2(B' - A) \geq \text{lub}_2(B - A) \quad .2$$

$$\text{lub}_2(B' - A) \leq \text{lub}_2(B - A) \quad .1$$

$$\text{lub}_2(B' - A) \leq \text{lub}_2(A - B) \quad .4$$

$$\text{lub}_2(A - B') \leq \text{lub}_2(B - A) \quad .3$$

۱۸- برای تمام ریشه های  $t_i$  از چند جمله ای دلخواه  $p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$  با  $a_0 \neq 0$  کدام گزینه صحیح است؟

$$|t_i| \leq \max \left\{ \left| \frac{a_n}{a_0} \right|, \left| \frac{a_{n-1}}{a_0} \right|, \dots, \left| \frac{a_1}{a_0} \right| \right\} \quad .1$$

$$|t_i| \leq \max \left\{ \left| \frac{a_n}{a_{n-1}} \right|, \left| \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \right|, \dots, \left| \frac{a_1}{a_0} \right| \right\} \quad .2$$

$$|t_i| \geq \sum_{j=0}^{n-1} \left| \frac{a_{j+1}}{a_j} \right| \quad .3$$

$$|t_i| \leq 2 \max \left\{ \left| \frac{a_1}{a_0} \right|, \sqrt{\left| \frac{a_2}{a_0} \right|}, \sqrt[3]{\left| \frac{a_3}{a_0} \right|}, \dots, \sqrt[n]{\left| \frac{a_n}{a_0} \right|} \right\} \quad .4$$

۱۹- هرگاه یک دنباله از چند جمله ای های حقیقی  $p(x) = p_0(x), \dots, p_m(x)$  یک دنباله استورم برای چند جمله ای  $p(x)$  باشد آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $p_0(x)$  دارای ریشه غیر حقیقی است

۲. برای  $i = 1, 2, \dots, m$  داریم  $p_{i+1}(t)p_{i-1}(t) < 0$  که در آن  $t$  یک ریشه حقیقی از  $p_i(x)$  است

۳.  $\text{sign} p_1(x) = -\text{sign} p'_0(x)$  یک ریشه حقیقی از  $p_0(x)$  است

۴. آخرین جمله از دنباله  $p_m(x)$  دارای ریشه حقیقی است.

۲۰- اگر  $w(x)$  تعداد تغییر علامت های دنباله استورم  $p_0(x), \dots, p_m(x)$  در ناحیه  $x$  باشد آنگاه تعداد ریشه های

حقیقی  $p(x) \equiv p_0(x)$  در بازه  $a \leq x \leq b$  برابر کدام گزینه است

$$\frac{w(b) - w(a)}{2} \quad .4$$

$$w(b) - w(a) \quad .3$$

$$\frac{w(b) + w(a)}{2} \quad .2$$

$$w(b) + w(a) \quad .1$$