

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه حلقه و مودول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۷

۱- اگر در حلقه R داشته باشیم $1=0$ آنگاه حلقه R :

۰۱. بدیهی است. ۰۲. نا بدیهی است. ۰۳. نامتناهی است. ۰۴. تنها دو عضو دارد

۲- کدامیک از حلقه های زیر حوزه صحیح (دامنه درست) می باشند؟

۰۱. Z_6 ۰۲. Z_9 ۰۳. Z_{23} ۰۴. $Q \times Q$

۳- ایده آل های $12Z$ و $15Z$ از حلقه Z در نظر گرفته $12Z + 15Z$ برابر کدام است؟

۰۱. $2Z$ ۰۲. $3Z$ ۰۳. $20Z$ ۰۴. $27Z$

۴- اگر R یک حلقه جابجایی و یکدار باشد. کدام عبارت درست است؟

۰۱. هر ایده آل اول ماکسیمال است. ۰۲. هر ایده آل اول اصلی است.
۰۳. هر ایده آل اصلی اول است. ۰۴. هر ایده آل ماکسیمال اول است.

۵- فرض کنیم $f: R \rightarrow S$ یک همریختی حلقه ها باشد. در این صورت:

۰۱. f یک به یک است اگر $Ker(f) = R$ ۰۲. f پوشا است اگر $Ker(f) = R$
۰۳. f یک به یک است اگر $Im(f) = S$ ۰۴. f یک به یک است اگر $Ker(f) = 0$

۶- ایده آل های $2Z$ و $4Z$ از حلقه Z در نظر گرفته بنا به قضیه سوم یکرختی $\frac{Z/4Z}{2Z/4Z}$ یکرخت با کدام است؟

۰۱. $Z/2Z$ ۰۲. $4Z$ ۰۳. $2Z$ ۰۴. Z_4

۷- در حلقه R عنصر $a \in R$ را منظم می گوئیم اگر:

۰۱. وارون پذیر باشد. ۰۲. مقسوم علیه صفر باشد.
۰۳. مقسوم علیه صفر نباشد. ۰۴. وارون ناپذیر باشد.

۸- کدامیک از مجموعه های زیر یک مجموعه بسته ضربی Z می باشد؟

۰۱. $Z-4Z$ ۰۲. $Z-3Z$ ۰۳. $3Z$ ۰۴. $8Z$

۹- دو عضو x و y از یک حلقه جابجایی و یکدار R را شریک می نامیم اگر:

۰۱. وارون هم باشند. ۰۲. قرینه هم باشند.
۰۳. برای یک عضو u ، $x = uy$ ۰۴. برای یک عضو u ، $xy = u$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه حلقه و مدول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۷

۱۰- عبارت درست کدام است؟

۱. هر حوزه صحیح F یک حوزه تجزیه یکتاست.
 ۲. هر حوزه تجزیه یکتا حوزه ایده آل های اصلی است.
 ۳. هر حوزه ایده آل اصلی یک حوزه اقلیدسی است.
 ۴. هر حوزه اقلیدسی یک حوزه ایده آل اصلی است.

۱۱- هر گروه آبلی G :

۱. یک Z -مدول است.
 ۲. یک حلقه یکدار است.
 ۳. یک G -مدول است.
 ۴. گروهی متناهی است.

۱۲- هر R -مدول با بیش از یک عضو:

۱. دارای دقیقاً ۲ زیر مدول است.
 ۲. حداقل ۲ زیر مدول دارد.
 ۳. حداکثر ۲ زیر مدول دارد.
 ۴. زیر مدول نابدیایی ندارد.

۱۳- فرض کنید N زیر مدولی از R -مدول M باشد. همریختی $f: M \rightarrow M/N$ با ضابطه $f(a) = a + N$ یک:

۱. برو ریختی است.
 ۲. تکریمتی است.
 ۳. یکریمتی است.
 ۴. تابع معمولی است.

۱۴- فرض کنیم R یک حلقه باشد. رشته $L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N$ از همریختی های R -مدولی را یک رشته دقیق می نامیم هرگاه:

۱. $\text{Im } g = N, \text{Ker } f = L$
 ۲. $\text{Ker } g \subset \text{Im } f$
 ۳. $\text{Im } f \subset \text{Ker } g$
 ۴. $\text{Ker } g = \text{Im } f$

۱۵- یک R -مدول را آزاد می نامیم اگر:

۱. متناهی باشد.
 ۲. نامتناهی باشد.
 ۳. دوری باشد.
 ۴. دارای پایه باشد.

۱۶- حاصل جمع مستقیم خارجی و داخلی خانواده ای از زیر مدول های M :

۱. یکی هستند.
 ۲. یکریمت هستند.
 ۳. برابر M می باشند.
 ۴. هیچ ارتباطی با هم ندارند.

۱۷- اگر M یک R -مدول یکانی و S یک زیر مجموعه بسته ضربی از R باشند. هر زیر مدول $S^{-1}M$ به صورت $S^{-1}N$ است که در آن:

۱. N یک مجموعه است.
 ۲. N زیر مدول M است.
 ۳. N شامل M است.
 ۴. N و M جدا از همند.

۱۸- فرض کنیم S یک زیر مجموعه بسته ضربی از حلقه R باشد. نگاشت $f: R \rightarrow S^{-1}R$ یک:

۱. همریختی حلقه هاست.
 ۲. بروریختی حلقه هاست.
 ۳. تکریمتی حلقه هاست.
 ۴. یکریمتی حلقه هاست.

۱۹- حلقه Z :

۱. تنها در شرط dcc صدق می کند.
 ۲. تنها در شرط acc صدق می کند.
 ۳. در هر دو شرط acc و dcc صدق می کند.
 ۴. در هیچ دو شرط acc و dcc صدق نمی کند.
- ۲۰- فرض کنیم R یک حلقه دلخواه و $0 \rightarrow M' \rightarrow M \rightarrow M'' \rightarrow 0$ یک رشته دقیق کوتاه از R -مدول ها و R -همریختی ها باشد. کدام عبارت درست است؟
۱. M' نوتری است اگر و تنها اگر M و M'' نوتری باشند.
 ۲. اگر M' نوتری باشد آنگاه M نیز نوتری است.
 ۳. اگر M نوتری باشد آنگاه M'' نوتری است.
 ۴. اگر M'' نوتری باشد آنگاه M نوتری است.

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

- ۱- الف) ثابت کنید هر میدان یک حوزه صحیح است.
ب) آیا عکس این قضیه درست است؟ چرا؟

۱.۴۰ نمره

- ۲- فرض کنیم M ایده آلی ماکسیمال از یک حلقه R و یکداری R/M یک میدان است.

۱.۴۰ نمره

- ۳- فرض کنید R یک حلقه جابجایی و یکداری $u \in R$ عضوی ناصفر باشد. ثابت کنید u یک یکه است اگر و تنها اگر $u \mid r$ برای هر $r \in R$.

۱.۴۰ نمره

- ۴- فرض کنیم S یک زیر مجموعه بسته ضربی از حلقه یکداری R و $L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N$ یک رشته دقیق از R -مدول های یکانی و R -همریختی ها باشد. در این صورت ثابت کنید رشته $S^{-1}L \xrightarrow{S^{-1}f} S^{-1}M \xrightarrow{S^{-1}g} S^{-1}N$ نیز دقیق است.

۱.۴۰ نمره

- ۵- فرض کنیم M یک مدول روی حلقه R باشد که هر زیر مدول آن به طور متناهی تولید شده باشد، ثابت کنید M نوتری است.