



زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه حلقه و مودول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۷

۱- کدام گزاره درست است؟

۱. حلقه تقسیم ناجابجایی متناهی موجود است.
۲. هر عنصر ناصفر Z_n یک یکه است.
۳. حلقه چهارگانی حقیقی میدان است.
۴. هر میدان یک حوزه صحیح است.

۲- تعداد یکه های حلقه Z_{15} برابر است با

۱. ۶
۲. ۷
۳. ۸
۴. ۹

۳- تعداد مقسوم علیه های صفر حلقه Z_{15} برابر است با

۱. ۵
۲. ۶
۳. ۷
۴. ۸

۴- در حلقه Z ، اشتراک دو ایده ال $6Z$ و $8Z$ برابر است با

۱. $2Z$
۲. $14Z$
۳. $24Z$
۴. $48Z$

۵- ایده آلهای (x) و (x, y) در حلقه $Q[x, y]$ به ترتیب و هستند.

۱. اول و ماکسیمال
۲. می نیمال و ماکسیمال
۳. ماکسیمال و اول
۴. ماکسیمال و ماکسیمال

۶- در حلقه Z ایده ال $12Z + 16Z + 18Z$ برابر است با

۱. Z
۲. $2Z$
۳. $3Z$
۴. $4Z$

۷- کدام حلقه زیر حوزه ایده ال اصلی نمی باشد؟

۱. $Z_{11}[x]$
۲. $Z_{21}[x]$
۳. $Z_{31}[x]$
۴. $Z_{41}[x]$

۸- تعداد ایده ال های اول حلقه اعداد حقیقی \mathbb{R} برابر است با

۱. ۱
۲. ۲
۳. ۳
۴. بی نهایت عضوی



تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۴

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: نظریه حلقه و مدول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۷

$$\frac{R(x)}{(x^2+1)} \quad \text{حلقه}$$

با کدام حلقه بکر بخت است؟

$$\mathbb{C} \quad .4 \qquad \mathbb{R} \quad .3 \qquad \mathbb{Z}_2 \quad .2 \qquad \mathbb{R}[\sqrt{2}] \quad .1$$

حلقه $\frac{Z}{4Z} / \frac{2Z}{4Z}$ -۱۰ با کدام حلقه یکرخت است؟

$$4Z \quad .4 \qquad Z_4 \quad .3 \qquad 2Z \quad .2 \qquad Z_2 \quad .1$$

۱۱- اگر R یک میدان باشد، آنگاه $R \times R$ حداقل چند ایده آل ماکسیمال دارد؟

1 .۴ 2 .۳ 3 .۲ 4 .۱

۱۲- تعداد عناصر منظم حلقه $Z_2 \times Z_2$ برابر است با

[illegible]

۱۳- فرض کنیم R یک حلقه جابجایی یکدار و S یک زیر مجموعه بسته ضربی از R باشد، در این صورت

$$S^{-1}R = S^{-1}I \text{ اگر و تنها اگر}$$

$$S \cap I = \emptyset \quad .2 \qquad S \cap I \neq \emptyset \quad .1$$

$$0 \notin S \quad . \quad f \qquad \qquad \qquad 0 \in S \quad . \quad r$$

۱۴- عنصر $2 + \sqrt{-5}$ در حلقه $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$

۱. اول و تحویل ناپذیر است

۳. تحویل نایذیر است ولی اول نیست



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه حلقه و مدول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۷

۱۵- کدام حلقه یک UFD نیست؟

۱. Z ۲. $Z[i]$ ۳. $Z[x]$ ۴. $Z[\sqrt{-5}]$

۱۶- $Z[\frac{(1+\sqrt{19})}{2}]$ حلقه یک

۱. PID است و حوزه اقلیدسی است ۲. PID نیست و حوزه اقلیدسی است
۳. PID نیست و حوزه اقلیدسی نیست ۴. PID است و حوزه اقلیدسی نیست

۱۷-

کدام گزاره درست است؟

۱. $\text{Hom}_Z(Q, Z) \cong Q$ ۲. $\text{Hom}_Z(Q, Z) \cong Z$
۳. $\text{Hom}_Z(Z, Q) \cong Q$ ۴. $\text{Hom}_Z(Z, Q) \cong Z$

۱۸- تعداد اعضای $\text{Hom}_Z(Z_7, Z)$ برابر است با

۱. ۱ ۲. صفر ۳. ۷ ۴. ۶

۱۹- فرض کنید R یک حلقه جابجایی و یکدار است. حلقه چندجمله ای $R[x]$ به عنوان R -مدول و $R[x^2]$ به عنوان

R -زیرمدول را در نظر بگیرید، آنگاه $\frac{R[x]}{R[x^2]}$ به عنوان R -مدول با کدام R -مدول زیر یکرخت است؟

۱. R ۲. $R[x]$ ۳. $R[x^2]$ ۴. R^2

۲۰- کدام گزاره صحیح است؟

۱. هر زیرمدول یک مدول آزاد، آزاد است. ۲. هر مدول تصویر همریخت یک مدول آزاد است.
۳. هر مدول خارج قسمتی یک مدول آزاد، آزاد است. ۴. هر مدول یک زیرمدول، مدول آزاد است.



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه حلقه و مدول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۷

۲۱- فرض کنید M یک R -مدول باشد. اگر برای هر $P \in \text{Spec}(R)$ داشته باشیم $M_P = 0$ آنگاه

۱. $P = 0$ ۲. $M = P$

۳. $\text{Spec}(R) = \{P\}$ ۴. $M = 0$

۲۲- Z به عنوان Z -مدول

۱. نوتری و آرتینی است ۲. نوتری است ولی آرتینی نیست

۳. آرتینی است ولی نوتری نیست ۴. نه آرتینی است نه نوتری

۲۳- $Z(p^\infty)$ به عنوان Z -مدول

۱. نوتری و آرتینی است ۲. نوتری است ولی آرتینی نیست

۳. آرتینی است ولی نوتری نیست ۴. نه آرتینی است نه نوتری

۲۴- کدام حلقه زیر آرتینی نیست؟

۱. R (میدان اعداد حقیقی) ۲. C (میدان اعداد مختلط)

۳. $R[x]$ ۴. حلقه چهارگانی حقیقی

۲۵- به عنوان -مدول نه آرتینی است نه نوتری.

۱. Z ، Z ۲. Q ، Z ۳. Q ، Q ۴. $Z[\sqrt{2}]$ ، Z

سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱-

ثابت کنید هر حلقه جابجایی و یکدار R دارای حداقل یک ایده ال ماکسیمال است.

نمره ۱.۷۵

۲-

فرض کنیم R یک حلقه جابجایی یکدار و S یک زیر مجموعه بسته ضربی از R باشد. نشان دهید بین دو مجموعه

$\{P \mid P \cap S = \emptyset, P \in \text{Spec}(R)\}$ و $\text{Spec}(S^{-1}R)$ یک تناظر یک به یک وجود دارد و این تناظر

جزئیت را حفظ می کند.



زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ : تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ : تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه حلقه و مدول

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۷

نمره ۱۰۷۵

۳- قضیه دوم یکرختی برای مدول ها را بیان و ثابت کنید.

نمره ۱۰۷۵

۴-

فرض کنید R یک حلقه دلخواه و M یک R -مدول نوتری باشد. در این صورت هر تصویر همریخت از M نیز نوتری است.