

نام درس: روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی و کد درس: کامپیوتر ۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۵۱۷۹

زمان آزمون: تستی: ۶ تشریحی: ۷۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

امام علی^(ع): شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.۱. بسط عدد $\frac{1}{5}$ در مبنای ۲ کدام است؟الف. $1/0011$ ب. $0/011$ ج. $0/0011$ د. $0/0011$ ۲. اگر A یک عدد اصم باشد آنگاه:الف. A دارای بسط مختوم است. ب. A دارای بسط نامختوم متناوب است.ج. A دارای بسط نامختوم نامتناوب است. د. اصلاً نمی‌توان برای A بسط اعشاری بیان نمود.۳. معادله $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$ دارای ریشه‌های ۲ و صفر می‌باشد. اگر روش نیوتن را جهت پیدا کردن ریشه $x = 2$ با یک

نقطه شروع مناسب بکار ببریم، مرتبه همگرایی آن چقدر خواهد بود؟

الف. ۱ ب. ۳ ج. ۲ د. صفر

۴. فرض کنید $f(x) = x^2 - 1/5x - 1 = 0$ ، $x_0 = 1$ ، $x_1 = 1/5$ مقدار x_2 به روش وتری کدام است؟الف. $1/25$ ب. ۲ ج. $2/5$ د. $2/75$ ۵. اگر $(n+1)$ نقطه مجزا موجود باشد، چه تعداد چندجمله‌ای از درجه بزرگتر از n می‌توان توسط آن نقاط درونیابی کنیم.الف. بیش از یک چندجمله‌ای ولی کمتر از n چندجمله‌ای ب. هیچ چندجمله‌ای

ج. نامتناهی چند جمله‌ای د. یک چندجمله‌ای

۶. چندجمله‌ای درونیاب لاگرانژ تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در نقاط درونیابی $x=1$ ، $x=4$ برابر است با:الف. $-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ب. $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ج. $\frac{x}{3} - \frac{2}{3}$ د. $-\frac{x}{3} - \frac{4}{3}$

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۷. چند جمله‌ای درونیاب نیوتن با تفاضلات تقسیم شده برای تابع $f(x) = \sin(\frac{\pi}{2}x)$ تحت نقاط گره‌ای

$x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1$ کدام است؟

الف. $p(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x$

ب. $p(x) = x^2 + x$

ج. $p(x) = x$

د. $p(x) = x^2$

۸. با توجه به فرمول $f'_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} + o(h^2)$ و براساس تابع جدولی زیر $f'(0.2)$ کدام است؟

x_i	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴
$f(x_i)$	۰/۵	۰/۵۲	۰/۵۷	۰/۶۸	۰/۷۶

الف. ۰/۳

ب. -۰/۸

ج. -۰/۳

د. ۰/۸

۹. فرمول مشتق‌گیری عددی زیر را در نظر بگیرید. با توجه به آن کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

$$f'(x_i + \frac{h}{2}) \approx \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h}$$

الف. خطای برشی متناسب با h است.

ب. خطای برشی متناسب با h^2 است.

ج. خطای برشی آن $-\frac{1}{3}hf''(x_i)$ است.

د. خطای برشی آن $-\frac{1}{2}h^2f''(x_i)$ است.

۱۰. روش نقطه میانی در محاسبه انتگرال به روش عددی برای کدام دسته از توابع زیر دقیق عمل خواهد کرد؟

الف. توابع خطی

ب. توابع نمایی

ج. توابع چندجمله‌ای با حداکثر درجه ۳

د. توابع مثلثاتی

نام درس: روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی و کد درس: کامپیوتر ۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۵۱۷۹

زمان آزمون: تستی: ۶ تشریحی: ۷۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب

مجاز است.

۱۱. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

الف. برای محاسبه $\int_0^1 \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx$ می‌توان از قاعدهٔ دوزنقه‌ای استفاده نمود.ب. برای محاسبه $\int_1^2 \frac{\sin x}{x-1} dx$ می‌توان از قاعدهٔ سیمسون استفاده نمود.

ج. دقت روش سیمسون از روش دوزنقه بیشتر است.

د. همواره روش سیمسون و روش دوزنقه جوابهای یکسانی را برای محاسبه انتگرالها بدست می‌دهند.

۱۲. اگر بخواهیم فرمول انتگرال گیری $\int_0^{\pi} f(x) dx = Af(\circ) + Bf(\frac{\pi}{2})$ برای توابعی بهشکل $h(x) = c_1 e^x + c_2 \sin x$ دقیق عمل کند، ضرایب B, A بترتیب مقادیر زیر خواهند بود.

الف. ۱، -۱ ب. ۰/۵، ۰/۵ ج. ۰/۵، -۱ د. ۰/۵، -۱

۱۳. مقدار y_m برای معادله دیفرانسیل زیر با $h = ۰/۵$ به روش اویلر کدام است؟

الف. ۰/۲۰۸ ب. ۳/۱۰۷ ج. ۰/۰۰۵ د. ۰/۱۰۸

$$\begin{cases} y' = x^2 + y \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

۱۴. فرمول رانگه - کاتا مقابل مفروض است.

$$\begin{cases} k_1 = hf(x_m, y_m) \\ k_2 = f(x_m + \frac{h}{2}, y_m + \frac{k_1}{2}) \\ k_3 = hf(x_m + h, y_m + 2k_2 - k_1) \end{cases}$$

اگر این فرمول را برای حل معادله دیفرانسیل زیر بکار ببریم مقدار تقریبی y_1 با طول گام $h = ۰/۵$ کدام است؟

الف. ۱/۴ ب. ۱/۹ ج. ۰/۴ د. ۲/۴

$$\begin{cases} y' = -y + 1 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

۱۵. اگر بخواهیم دستگاه $AX = b$ را به روش ژاکوبی حل کنیم، دنباله حاصل از کدامیک از ماتریسهای زیر شرط کافی برای همگرایی به جواب دستگاه را دارد؟

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{ب.}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{الف.}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{د.}$$

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 7 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{ج.}$$

۱۶. با استفاده از روش توانی و با بردار اولیه $X^0 = (1, 1, 1)$ بزرگترین مقدار ویژه (از لحاظ قطر مطلق) برای ماتریس مقابل کدام

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{است؟ (۲ تکرار)}$$

۱۱/۲. د

ج. صفر

ب. ۹/۵

الف. ۸/۷

۱۷. اگر A یک ماتریس 3×3 باشد و معادله مشخصه آن بصورت $\lambda^3 - 6\lambda^2 - 10\lambda + 4 = 0$ باشد، معکوس A کدام است؟

$$A^{-1} = -\frac{1}{4}(A^2 - 6A - 10I) \quad \text{ب.}$$

$$A^{-1} = I \quad \text{الف.}$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{4}(-A^2 + 6A - 10I) \quad \text{د.}$$

$$A^{-1} = -A^2 + 6A - 10I \quad \text{ج.}$$

نام درس: روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی و کد درس: کامپیوتر ۱۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۱۵۱۷۹

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۸. برازش نمایی تابع جدولی زیر کدام است؟

x_i	۰	۱	۲	۳	۴
y_i	۱/۵	۲/۵	۳/۵	۵/۰	۷/۵

الف. $y = 1/6 e^{0/4x}$ ب. $y = e^{0/4x}$ ج. $y = -1/6 e^{0/4x}$ د. $y = -e^{0/4x}$

۱۹. کدامیک از توابع جدولی زیر را می توان از طریق خطی سازی داده ها به روش نمایی برازش نمود؟

الف.

x_i	۰	۱	۲	۳	۴
y_i	۱/۵	۲/۵	-۳/۱	۵/۰	۷/۵

ب.

x_i	۰	۲	۴
y_i	۲/۵	۳/۵	-۵/۰

ج.

x_i	۰	۱	۳
y_i	۳	۴	۰

د.

x_i	۰	۱	۲
y_i	۱/۵	۲/۵	۳/۵

نام درس: روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی، کُد درس: کامپیوتر ۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۵۱۷۹

زمان آزمون: تستی: ۶ تشریحی: ۷ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ❁

کُد سری سوال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب

مجاز است.

۲۰. برای محاسبه بزرگترین مقدار ویژه یک ماتریس از روش توانی، کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

الف. اگر $1 \approx \left| \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right|$ باشد، سرعت همگرایی سریع خواهد بود.

ب. اگر $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \approx \frac{1}{2}$ باشد، سرعت همگرایی شتاب خواهد گرفت.

ج. اگر $1 \approx \left| \frac{\lambda_p}{\lambda_1} \right|$ باشد، سرعت همگرایی کند و چنانچه $0 \approx \left| \frac{\lambda_p}{\lambda_1} \right|$ باشد، سرعت همگرایی مناسب است.

د. سرعت همگرایی روش توانی ارتباطی به نسبت $\frac{\lambda_p}{\lambda_h}$ نخواهد داشت.

سؤالات تشریحی (بارم ہر سؤال ۲ نمبر)

۱. چند جمله‌ای لاگرانژی بنویسید که از نقاط (x_0, f_0) , (x_1, f_1) , (x_2, f_2) بگذرد و سپس عبارت

را بصورت جمع جبری چند کسر جزئی بیان کنید.

$$\frac{3x^2 + x + 1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

۲. برای محاسبه $\int_0^1 \sin x^2 dx$ به روش نوزنقه‌ای مرکب طول گام h چقدر باشد بطوریکه خطای آن کمتر از 10^{-2} گردد.

۳. معادله دیفرانسیل مقابل را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} y' = (e^x)^y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

الف. با استفاده از روش بسط تلور مرتبه ۳ و $h = 0.1$ تخمینی از $y(0.1)$ را بدست آورید.

ب. تخمینی از خطای y را محاسبه کنید.

نام درس: روشهای محاسبات عددی

رشته تحصیلی، کُد درس: کامپیوتر ۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۵۱۷۹

زمان آزمون: تستی: ۶ تشریحی: ۷ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ❁

گُد سِرِی سَوَال: مِک (۱)

استفاده از: ماشین حساب

مجاز است.

۴. الف. دستگاه زیر را به روش گوس-سیدل با ۲ تکرار و با انتخاب $X^0 = [1, 0, 1]$ طوری حل کنید که همگرایی آن تضمین

شود (کلیه محاسبات تا ۲ رقم اعشار گرد شده باشد).

$$\begin{cases} 3x - 6y + 2z = 15 \\ -4x + y - z = -1 \\ x - 3y + 7z = 26 \end{cases}$$

ب. با استفاده از روش اثر ماتریس ، چند جمله‌ای مشخصه ماتریس زیر را بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 \\ 1 & -9 & -1 \\ 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

۵. معادله $x \ln x = 1$ را در نظر بگیرید. ابتدا از طریق رسم منحنی تعداد و حدود ریشه‌های این معادله را معین کنید، سپس به

روش نیوتن تا ۲ تکرار یا نقطه شروع $X_0 = 0/1$ مقدار ریشه را تخمین بزنید.