

امام خمینی^(ره): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. اگر a و b به ترتیب تقریب‌هایی از A و B و این اعداد جملگی مثبت باشند، آنگاه

الف. $E(a.b) \leq E(a) + E(b)$ ب. $E(a.b) \leq aE(b) + bE(a)$

ج. $\delta(a.b) \leq a\delta(b) + b\delta(a)$ د. $\delta(a+b) \leq a\delta(b) + b\delta(a)$

۲. فرض کنید $u = \frac{5xy^2}{z^3}$ ، اگر x ، y و z با خطای 0.001 برابر ۱ محاسبه شده باشند، ماکزیم خطای نسبی در محاسبه u

چقدر است؟

الف. 0.006 ب. 0.06 ج. 0.03 د. 0.003

۳. اگر α ریشه ساده معادله $x = \phi(x)$ ، $\phi'(\alpha) = 0$ باشد. آنگاه مرتبه همگرایی روش تکرار ساده (نقطه ثابت) عبارت است از:

الف. ۱ ب. حداقل ۱ ج. ۲ د. حداقل ۲

۴. تعداد ریشه‌های حقیقی معادله $e^x - x - 2 = 0$ کدام است؟

الف. ۰ ب. ۱ ج. ۲ د. ۳

۵. معادله $f(x) = x^6 + 4x^2 - 11 = 0$ در فاصله $[1, 2]$ مفروض است. حدوداً چند تکرار لازم است که با استفاده از روش دو

بخشی یکی از ریشه‌های معادله فوق در فاصله تعیین شده با دقت 10^{-7} محاسبه گردد؟

الف. ۲۳ تکرار ب. ۶ تکرار ج. ۲۶ تکرار د. ۲۰ تکرار

۶. شرط همگرایی روش نیوتن رافسون برای حل معادله $f(x) = 0$ در نقطه شروع x_0 با کدام گزینه برابر است؟

الف. $\left| \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \right| < 1$ ب. $|f(x_0)f''(x_0)| < f''(x_0)$

ج. $|f(x_0)f'(x_0)| < 1$ د. $|f(x_0)f'(x_0)| < f''(x_0)$

۷. کدامیک از روابط زیر برای عملگرهای تفاضلی صحیح است؟

الف. $\Delta^2 = (1 + \Delta)\delta^2$ ب. $\nabla = 1 - (1 + \Delta)^{-1}$ ج. $\delta = \Delta(1 + \Delta)^{-\frac{1}{2}}$ د. هر سه مورد

۸. مقادیر جدول زیر از تابع $f(x)$ استخراج شده است. مقدار تابع به ازای $x = 2$ کدام است؟

x	۰	۱	۳	۶	۱۰
$f(x)$	۱	-۶	۴	۱۶۹	۹۲۱

الف. ۶ ب. -۷ ج. -۸ د. ۵/۵ -

۹. روش سیمپسون در محاسبه انتگرال به روش عددی برای چه توابعی دقیق است؟

الف. توابع مثلثاتی ب. توابع پیوسته

ج. توابع چند جمله ای با درجه حداکثر ۳ د. توابع چند جمله ای با درجه حداکثر ۴

۱۰. در محاسبه انتگرال $\int_0^1 x \sin x dx$ به روش دوزنقه، حداقل تعداد بازه ها چقدر باشد تا خطای حاصل از روش کوچکتر از

10^{-2} باشد؟

الف. ۲ ب. ۵ ج. ۱۰ د. ۱۵

۱۱. اگر $p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ یک چند جمله ای از درجه n باشد، آنگاه تعداد محاسبات عمل ضرب در روش

هورنر برای محاسبه $p''(\bar{x})$ چقدر است؟

الف. $3n - 3$ ب. $2n - 2$ ج. $2n - 3$ د. $3n - 2$

۱۲. فرمول روش تیلور مرتبه دوم برای حل مسأله معادله دیفرانسیل مرتبه اول $\begin{cases} y' + y = t + 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ با فرض $h = 0.5$ کدام

است؟

ب. $y_{n+1} = \frac{1}{2} y_n + \frac{1}{2} t_n + \frac{1}{2}$

الف. $y_{n+1} = \frac{3}{2} y_n + \frac{1}{2} t_n + \frac{1}{2}$

د. $y_{n+1} = \frac{5}{8} y_n + \frac{3}{8} t_n + \frac{1}{2}$

ج. $y_{n+1} = \frac{3}{8} y_n + \frac{5}{8} t_n + \frac{1}{2}$

۱۳. مقادیر ویژه ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

د. هیچکدام

ج. $i, 1 \pm i$

ب. $3i, 2 \pm 2i$

الف. $2i, 1 \pm i$

۱۴. اگر مقادیر ویژه ماتریس A مقادیر -1 ، صفر و 3 باشد، در این صورت مقادیر ویژه A^{-1} کدام است؟

د. هیچکدام

ج. $1, 0, -3$

ب. $1, \infty, -\frac{1}{3}$

الف. $-\frac{1}{3}, 0, 1$

۱۵. در صورتی که $\sum_{i=1}^n x_i = 20$ ، $\sum_{i=1}^n y_i = 37$ ، $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 92$ ، $\sum_{i=1}^n x_i y_i = 25$ باشد، آنگاه خط کمترین مربعات عبارت است از:

ب. $y = -1.609x + 9.924$

الف. $y = -1.523x + 9.561$

د. $y = -0.216x + 6.321$

ج. $y = -1.607x + 8.642$

۱۶. ماتریس $A = \{a_{ij}\}$ داده شده است. اگر $\sum_{i \neq j} |a_{ij}| > |a_{ii}|$ باشد. آنگاه

ب. ماتریس A منفرد است.

الف. ماتریس A معکوس پذیر است.

د. دستگاه $AX = b$ بی نهایت جواب دارد.

ج. دستگاه $AX = b$ جواب ندارد.

۱۷. معادله مشخصه ماتریس
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$
 کدام است؟

الف. $\lambda^3 + 3\lambda + 4 = 0$

ب. $\lambda^3 - 4\lambda + 3 = 0$

ج. $\lambda^3 - 4\lambda^2 + 4\lambda - 5 = 0$

د. $\lambda^3 - 5\lambda^2 - 4 = 0$

۱۸. اگر $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ نقطه آغاز باشد، جواب دستگاه معادلات خطی
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = -2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -5 \end{cases}$$
 به روش گوس -

سایدل پس از دو تکرار چقدر است؟

الف. $x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = 4$

ب. $x_1 = 3, x_2 = 0, x_3 = 1$

ج. $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 2$

د. $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$

۱۹. از کدام روش زیر می‌توان برای محاسبه ماتریس معکوس استفاده کرد؟

الف. ژاکوبی ب. حذفی گوس ج. گوس جردن د. گوس سایدل

۲۰. با استفاده از قانون دوزنقه و طول گام $h = 0.5$ مقدار انتگرال $\int_0^1 (x^3 + 2x) dx$ چقدر است؟

الف. $1/21 \ 25$

ب. $1/25 \ 75$

ج. $1/31 \ 25$

د. $1/5$

سوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره می‌باشد.

۱. نشان دهید معادله $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف یک است. سپس با انتخاب $x_0 = 0$ تقریبی از ریشه مورد نظر را به روش نیوتن تعمیم یافته به دست آورید. (دو تکرار کافی است).

۲. با استفاده از درونیابی لاگرانژ تابع $\frac{x^2 + 6x + 1}{(x-1)(x+1)(x-4)(x-6)}$ را به صورت جمع جبری کسرهای جزئی بنویسید.

۳. در حل انتگرال $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx$ به کمک روش سیمپسون فاصله $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ را حداقل به چند قسمت مساوی تقسیم کنیم تا خطای

جواب به دست آمده تا دقت چهار رقم اعشار درست باشد؟ سپس انتگرال مزبور را با انتخاب $h = \frac{\pi}{4}$ به روش سیمپسون حل کنید.

۴. معادله دیفرانسیل $\begin{cases} y' = 4e^{0.08x} - 0.5y \\ y(0) = 2 \end{cases}$ را با انتخاب $h = 0.5$ در $x = 0.5$ به روش رونگه کوتای مرتبه ۲ حل کنید.

۵. با انجام تغییرات لازم در دستگاه معادلات خطی زیر آن را به روش گاوس سایدل با انجام سه تکرار چنان حل کنید که دنباله حاصل همگرا به جواب واقعی دستگاه معادلات باشد.

$$\begin{cases} -4x + 12y - 6z = 0 \\ -7x - 4y = 12 \\ -6y + 14z = 0 \end{cases}$$