

پیامبر اعظم (ص): آنکه در جست و جوی دانش بیرون رود، در راه خداست تا آنگاه که باز گردد.

۱. اگر  $T(n) = n^m + n^{m-1} + \dots + n + 1$ ، با کدام شرط زیر  $T(n) \in O(n^m)$  می باشد؟

الف.  $\forall m \geq n$

ب.  $\forall m \leq n$

ج.  $\forall m \geq 0$

د.  $\forall m \leq m, m \text{ is fixed}$

۲. کدامیک از گزینه های زیر برای پیچیدگی هزینه زمانی بهترین حالت  $B(n)$ ، حالت متوسط  $A(n)$  و بدترین حالت  $W(n)$  صحیح است؟

الف.  $A(n) \in O(W(n))$  و  $W(n) \in \Omega(B(n))$

ب.  $W(n) \in \Omega(A(n))$  و  $A(n) \in \theta(B(n))$

ج.  $W(n) \in \theta(A(n))$  و  $W(n) \in \Omega(B(n))$

د.  $W(n) \in \theta(A(n))$  و  $A(n) \in \theta(B(n))$

۳. اگر برای توابع  $f(n)$  و  $g(n)$  داشته باشیم  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = +\infty$ ، آنگاه کدام گزینه زیر صحیح است؟

الف.  $f(n) \in \Omega(\sqrt{g(n)})$

ب.  $f(n) \in \Omega(g(n))$

ج.  $f(n) \in O(g(n))$

د. نمی توان در مورد مرتبه ادعایی داشت.

۴. کدام یک از گزاره های زیر صحیح می باشد؟

الف.  $f(n) \in O(g(n))$  اگر و تنها اگر  $f(n) \in \Omega(g(n))$

ب. اگر  $f(n) \in O(g(n))$  آنگاه  $f(n) \in \theta(g(n))$

ج.  $f(n) \in O(g(n))$  و  $f(n) \in \Omega(g(n))$  اگر و تنها اگر  $f(n) \in \theta(g(n))$

د. اگر  $f(n) \in \theta(g(n))$  آنگاه  $f(n) \notin \theta(g(n))$

۵. تابع بازگشتی زیر برای محاسبه فاکتوریل نوشته شده است، مرتبه هزینه زمانی این تابع کدام است؟

( راهنمایی:  $n! = n * (n-1)! = (n-1)(n-1)! + (n-1)!$  )

```
int fact(int n) {
    if (n==0) return (1);
    else return ((n-1)* fact (n-1)+fact(n-1));
}
```

الف.  $O(2^n)$

ب.  $O(n^2)$

ج.  $O((n-1)!)$

د.  $O(n!)$

۶. مرتبه زمانی اجرای تابع بازگشتی روبرو کدام است؟

```
int test(int m, int n) {
    if (m < n) return 0;
    else return (1 + test(m/n, n));
}
```

ب.  $O\left(\left\lfloor \frac{m}{n} \right\rfloor\right)$

الف.  $O(n)$

ج.  $O(\lg_n^m)$

د. تابع در حلقه بی نهایت می افتد.

۷. رابطه بازگشتی زیر از کدام مرتبه است؟

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ T\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) + T\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right) + n & n = 2^k \geq 1 \end{cases}$$

ب.  $O\left(\frac{n}{2}\right)$

الف.  $O(n)$

د.  $O(n \log \frac{n}{2})$

ج.  $O(\log \frac{n}{2})$

۸. مرتبه هزینه زمانی پیمایش زیر برای درختی با ریشه tree، n گره و با عمق h کدام است؟

```
void test(Node *tree){
    if (tree != Null) {
        print(tree -> Data);
        test(tree -> left);
        test(tree -> left);
    }
}
```

الف.  $O(n)$

ب.  $O(2^n)$

ج.  $O(2^h)$

د. الگوریتم در حلقه بی نهایت می افتد پس هزینه بی نهایت است.

۹. فردی جسور با استفاده از روش مرتب‌سازی ادغامی (MergeSort) برداری بطول  $n$  را به سه قسمت  $S_1$ ،  $S_2$  و  $S_3$  تقسیم می‌کند و مسئله را حل می‌کند، وی این الگوریتم را آنالیز کرده و ادعا می‌کند که هزینه زمان اجرا از مرتبه  $O(n \log_3 n)$  می‌باشد و روش وی قابل تعمیم برای تقسیم به  $m$  تا قسمت برای پائین آوردن مرتبه هزینه می‌باشد. کدام گزینه در مورد ادعای این فرد صحیح است؟

قسمت سوم به نام $S_3$	قسمت دوم به نام $S_2$	قسمت اول به نام $S_1$
-----------------------	-----------------------	-----------------------

الف. ادعای این فرد تنها برای  $n = m^k$  صحیح می‌باشد.

ب. ادعای این فرد تنها برای  $n = mk + 1$  صحیح می‌باشد.

ج. ادعای این فرد تنها برای  $n = mk + k$  صحیح می‌باشد.

د. ادعای این فرد هیچگاه صحیح نمی‌باشد.

۱۰. داده ۳۵ را با چند مقایسه در آرایه روبرو به روش جستجوی دودویی (binary search) پیدا می‌کنیم؟

[ 3, 16, 20, 21, 35, 65, 72 ]

د. ۴

ج. ۳

ب. ۲

الف. ۱

۱۱. روش تقسیم و حل به عنوان کدامیک از روش‌های زیر شناخته می‌شود؟

د. Back-Decision

ج. Forwarding

ب. Top-Down

الف. Bottom-Up

۱۲. الگوریتم یافتن MinMax به روش تقسیم و حل (یافتن کوچکترین عنصر لیست و بزرگترین عنصر لیست) دارای کدام هزینه زمانی است؟

ب.  $\frac{3n}{2} - 2$

الف.  $\frac{3n}{2} - 1$

د.  $\frac{2n}{3} - 2$

ج.  $\frac{2n}{3} - 1$

۱۳. برای ضرب اعداد بزرگ  $U$  و  $V$ ، هریک با  $n$  رقم، از روش تقسیم و غلبه با روند تشریح شده زیر از سه زیرمسئله ضرب، استفاده می‌کنیم هزینه این الگوریتم کدام است؟ (راهنمایی:  $(XZ + WY)$  را از روی  $(X + Y)(W + Z) - (XW + YZ)$  با ذخیره ضرب‌های میانی  $XW$  و  $YZ$  محاسبه می‌کنیم)

$$\begin{cases} U = X \times 10^m + Y \\ V = W \times 10^m + Z \end{cases}, m = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

$$U.V = (X \times 10^m + Y)(W \times 10^m + Z) = XW \times 10^{2m} + ((X + Y)(W + Z) - (XW + YZ)) \times 10^m + YZ$$

الف.  $O(n^2)$

ب.  $O(n^{1.58})$

ج.  $O(n^4)$

د.  $O(n \log \frac{n}{2})$

۱۴. وجه اشتراک، الگوی حریصانه (Greedy) و الگوی برنامه‌ریزی پویا (Dynamic Programming) کدام است؟

مورد اول: اصل بهینگی (Optimality)

مورد دوم: از بالا به پائین (Top-Down) بودن راه حل

مورد سوم: از پایین به بالا (Bottom-up) بودن راه حل

الف. تنها مورد اول

ب. تنها موارد دوم و سوم

ج. تنها موارد اول، سوم

د. هر سه مورد

۱۵. برای گراف خلوت، از بین دو الگوریتم کروسکال و پرایم، کدامیک سریعتر درخت پوشای کمینه را پیدا می‌کنند؟

الف. الگوریتم کروسکال

ب. الگوریتم پرایم

ج. هر دو الگوریتم

د. نمی توان در این مورد حرفی زد.

۱۶. ۶ کار (job) به شرح ذیل داریم:  $g_i$  نشان دهنده سود حاصل از اجرای کار  $i$  است اگر و فقط اگر بعد از زمان  $d_i$  انجام نشود، فرض کنید هر کار در واحد زمان انجام شود. حداکثر سود حاصل از اجرا چقدر می باشد؟

i	1	2	3	4	5	6	7
$g_i$	20	15	10	7	5	3	2
$d_i$	3	1	1	3	1	3	4

الف. ۴۵

ب. ۳۷

ج. ۴۲

د. ۴۴

۱۷. در یافتن درخت پوشای کمینه برای گراف همبند و بدون جهت  $G=(V,E)$ ، با فرض آنکه  $F$  یک زیرمجموعه امیدبخش از  $E$  باشد و  $Y$  مجموعه رئوس متصل شده توسط یال‌های موجود در  $F$  باشد. اگر  $e$  یالی با وزن مینیمم باشد که یک راس از  $Y$  را به راسی از  $V-Y$  متصل می‌کند آنگاه کدامیک از مجموعه‌های زیر امیدبخش است؟

الف.  $E - F$

ب.  $E - \{e\}$

ج.  $F \cup \{e\}$

د.  $E - F \cup \{e\}$

۱۸. فرض کنید متنی شامل حروف a, b, c, d, e, f باشد، تعداد کاراکترهای این متن به صورت زیر می باشد:

کاراکترها	a	b	c	d	e	f
تعداد تکرار	25	33	5	6	35	10

با استفاده از الگوریتم هافمن برای یافتن کد بهینه دودویی، کدام مورد صحیح است؟

مورد اول: کد e دارای طول ۴ می باشد.

مورد دوم: کد e دارای طول ۲ می باشد.

مورد سوم: کدهای a, b و e از نظر طول برابرند و کوتاهترین کدها هستند.

مورد چهارم: کد a, e بلندترین کدها را دارند.

ب. تنها موارد اول و دوم

الف. تنها مورد اول

د. هر چهار مورد.

ج. تنها موارد دوم و سوم

۱۹. مرتبه اجرایی، یافتن کوتاهترین مسیر از یک گره به سایر گره ها به روش دایجسترا (Dijkstra) کدام است؟

ب.  $O(n^2)$

الف.  $O(n)$

د.  $O(\log_2^n)$

ج.  $O(n^3)$

۲۰.  $T(n)$ ، تعداد حالت های پرانتز بندی ضرب زنجیری n ماتریس دوبعدی برابر است با...؟

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-1} T(i) \times T(n-i) \quad \text{ب.}$$

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-2} T(i) \times T(n-i-1) \quad \text{الف.}$$

$$T(n) = \sum_{i=2}^n T(i-2) \times T(n-2i) \quad \text{د.}$$

$$T(n) = \sum_{i=1}^{n-2} T(i-1) \times T(n-i+1) \quad \text{ج.}$$

۲۱. برای محاسبه ضرب ماتریسی زیر حداقل چند عملیات ضرب اسکالر (ضرب یک درایه در یک درایه) مورد نیاز است؟

$$A_{20 \times 2} \times B_{2 \times 30} \times C_{30 \times 12} \times D_{12 \times 8}$$

د. 3680

ج. 856

ب. 1232

الف. 3120

۲۲. در مسئله  $n$  وزیر در صفحه شطرنج از الگوریتم زیر با فراخوانی اولیه  $queens(1,8)$  استفاده می‌شود. هزینه تابع کمکی بکار رفته  $promising$  کدام است؟

```
void queens(k, n){
    int i;
    for(i=1; i<=n; i++)
        if(promising(k,i){
            X[k]=i;
            if(k==n) print(X);
            else queens(k+1,n);
        }
}
```

الف.  $O(\log n)$

ب.  $O(n)$

ج.  $O(2^n)$

د.  $O(n^n)$

۲۳. فضای حالت (تعداد گره های درخت تصمیم گیری) در مسئله  $n$  وزیر کدام است؟

الف.  $\frac{n^{n+1} - 1}{n + 1}$

ب.  $\frac{n^{n-1} + 1}{n + 1}$

ج.  $\frac{n^{n+1} + 1}{n - 1}$

د.  $\frac{n^{n+1} - 1}{n - 1}$

۲۴. مرتبه هزینه محاسبه ضریب چند جمله ای بوسیله کدامیک از الگوهای حل زیر کمتر است؟

الف. تقسیم و حل (Divided and Conquer)

ب. حریصانه (Greedy)

ج. برنامه نویسی پویا (Dynamic Programming)

د. تکنیک عقبگرد (Backtracking)

۲۵. در گراف حاصل برای رنگ آمیزی یک گراف کامل ۴ گره ای با ۳ رنگ، با شروع از گره Start در سطح صفر، در سطح دوم چه تعداد گره غیرامیدبخش وجود خواهد داشت؟

الف. ۱

ب. ۲

ج. ۳

د. ۶

۲۶. هرس کردن گره ها در فضای جستجوی حل برای کدامیک از روشهای حل زیر یک اصل اساسی می باشد؟

الف. تقسیم و غلبه

ب. برنامه نویسی پویا

ج. عقبگرد

د. انشعاب و تحدید

۲۷. حل مساله کوله پشتی صفر و یک به روش برنامه نویسی پویا دارای چه هزینه ای می باشد؟

الف.  $\theta(n^2)$

ب.  $O(n \log_2^n)$

ج.  $\theta(n^2 \log^n)$

د.  $\theta(2^n)$

۲۸. الگوی جستجو در درخت برای روشهای بازگشت به عقب و انشعاب و تحدید، به ترتیب از چپ به راست کدامند؟

الف. عمقی و ردیفی

ب. ردیفی و عمقی

ج. عمقی و عمقی

د. ردیفی و ردیفی

۲۹. در کدام گزینه هر دو مساله ذکر شده در رده مسائل P قرار گرفته‌اند؟

الف. رنگ‌آمیزی گرافها و فروشندگی دوره‌گرد

ب. کوتاهترین مسیر بین هر دو گره و مرتب‌سازی سریع

ج. درخت پوشای کمینه و فروشندگی دوره‌گرد

د. حلقه هامیلتونی کمینه و جستجوی دودویی

۳۰. تعریف زیر مربوط به کدام کلاس از مسائل است؟

" برای مسائل این کلاس باید کامپیوتر علاوه بر توانایی اجرای دستورهای معین، قادر باشد دستورات نامعین را نیز اجرا کند "

الف. P

ب. NP

ج. NP Hard

د. NP Complete

### سوالات تشریحی

نکات مهم:

- از شش سوال زیر تنها به چهار سوال پاسخ دهید.

- هر سوال یک ونیم نمره دارد.

- چنانچه به بیش از چهار سوال پاسخ دهید چهار سوال ابتدایی تصحیح خواهد شد.

۱. تابع هزینه بازگشتی زیر را در نظر گرفته و مرتبه آن را با استفاده از روش تکرار بدست آورید؟

$$T(n) = \begin{cases} C_1 & , \text{ if } n = 1 \\ 3T\left(\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor\right) + n & , \text{ if } n = 4^k > 1 \end{cases}$$

۲. برای مساله مرتب سازی سریع (Quick Sort) به موارد زیر پاسخ دهید؟

الف. الگوریتم مرتب سازی سریع به همراه زیربرنامه کمکی آن (Partition) بنویسید؟

ب. برای ورودی زیر با فرض اینکه ۱۷ عنصر محور است عمل محورگیری را برای ۱۷ انجام دهید؟

17 , 20 , 10 , 25 , 11 , 8 , 18 , 23

ج. پیچیدگی زمانی الگوریتم در حالت متوسط را تحلیل کرده و بدست آورید؟

۳. مسئله زمانبندی با مهلت را برای  $N$  کار با شماره‌های ۱ تا  $n$  در نظر بگیرید؟

الف. مسئله را به روش حریصانه تحلیل کنید؟

ب. الگوریتمی کامل به روش حریصانه بنویسید؟

ج. الگوریتم را بر روی نمونه ورودی زیر بکاربرید و نتیجه زمانبندی را بدست آورید؟

شماره کار	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
مهلت	۳	۱	۱	۲	۳	۱	۲
سود	۶۰	۵۰	۳۰	۲۰	۱۵	۱۰	۵

۴. در مساله پیدا کردن کوتاهترین زیررشته مشترک دو رشته  $X = x_1x_2 \dots x_m$  و  $Y = y_1y_2 \dots y_n$  به موارد زیر پاسخ دهید؟

الف) الگوریتم محاسبه طول طولانی ترین زیر رشته مشترک  $X$  و  $Y$  را برای حالت کلی بنویسید؟

ب) الگوریتم را بر روی نمونه  $X=ABCDAB$  و  $Y=BDCABA$  اعمال کنید و جدول مربوطه را رسم و محاسبه کنید؟

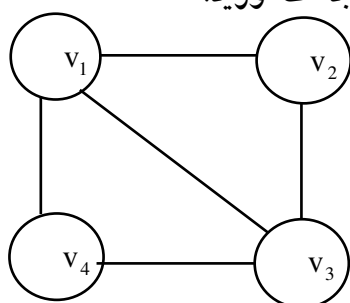
ج) تابعی بازگشتی برای چاپ طولانی ترین زیر رشته مشترک  $X$  و  $Y$  بنویسید؟

۵. گراف زیر را در نظر بگیرید:

الف) با استفاده از الگوی حل عقبگرد (Backtracking)، درخت فضای حالت آن را برای رنگ آمیزی با ۳ رنگ، با در نظر

گرفتن گره‌های امید بخش و گره‌های غیر امید بخش رسم کنید؟

ب) برای گرافی با  $n$  گره و  $m$  رنگ برای رنگ آمیزی، تعداد گره‌های درخت فضای حالت را بدست آورید؟



۶. الگوریتم حل مساله کوله پشته‌ای صفر و یک را به روش انشعاب و تحدید (Branch and Bound) بطور کامل نوشته و روی

نمونه زیر آن را اعمال کرده و مرحله به مرحله نتایج را بدست آورید؟

شماره جنس	۱	۲	۳	۴
وزن	۲	۵	۱۰	۵
سود	۴۰	۳۰	۵	۱۰