



تنها با یاد اوست که دلها آرام می گیرد.

۱. کدام گزینه صحیح است؟

الف. $4n^{2.81} + 3n \log n \in \Omega(n^3)$

ب. $2n^{2^n} + 7 \times 2^n \in O(2^n)$

ج. $2n^2 \log n + 3^n n^3 \in O(n^3)$

د. $3 \times 2^n + 6n \log n \in O(3^n)$

۲. اگر برای توابع $f(n)$ و $g(n)$ داشته باشیم $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$ و $g(n) \in \theta(n^2)$ آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

الف. $f(n) \in O(n)$

ب. $f(n) \in \Omega(g(n))$

ج. $f(n) \in \theta(n^3)$

د. $f(n) \in \theta(g(n))$

۳. با استفاده از قضیه اصلی، کدام گزینه در مورد رابطه بازگشتی $T(n) = 9T(n/3) + n$ صحیح است؟

الف. $T(n) \in \theta(n \log_{n+3}^n)$

ب. $T(n) \in \theta(n \log_3^n)$

ج. $T(n) \in \theta(\log_3^n)$

د. $T(n) \in \theta(n^2)$

۴. پیچیدگی زمانی تابع بازگشتی روبرو چیست؟

int f(m, n)

```
{
    if (n == 1) return (m);
    else return(m * f(m, n-1));
}
```

الف. $O(\log n)$

ب. $O(m+n)$

ج. $O(mn)$

د. $O(n)$

۵. مرتبه زمانی تابع بازگشتی روبرو کدام است؟

$$\begin{cases} T(n) = 3T(n-1) + 4T(n-2) \\ T(0) = 0, \quad T(1) = 1 \end{cases}$$

الف. $O(4^n)$

ب. $O(2^n)$

ج. $O(3^n)$

د. $O(2n \times \log n)$

۶. در آرایه روبرو متوسط تعداد مقایسه ها در جستجوی موفق با استفاده از روش جستجوی دودویی کدام است؟

24	17	12	8	5
----	----	----	---	---

د. $\frac{12}{5}$

ج. $\frac{13}{5}$

ب. $\frac{11}{5}$

الف. $\frac{9}{5}$

۷. تابع ادغام (merge) که در مرتب سازی ادغامی (merge sort) برای ادغام دو آرایه مرتب بکار می رود از کدام مرتبه است؟

الف. $O(n)$ ب. $O(\log n)$ ج. $O(n \log n)$ د. $O(n^2)$

۸. باتوجه به آرایه زیر، در صورتی که اولین عنصر یعنی عدد ۱۸ را به عنوان عنصر محوری (pivot point) اختیار کنیم، کدام گزینه خروجی مرحله اول الگوریتم مرتب سازی سریع (quick sort) است؟

۱۸	۲۰	۸	۳۰	۱۰	۱۱	۱۵
----	----	---	----	----	----	----

الف. 15,8,10,11,18,30,20 ب. 8,10,11,15,18,20,30

ج. 11,10,15,8,18,20,30 د. 8,11,10,18,20,15,30

۹. درمورد روش تقسیم و حل کدام مورد صحیح نیست؟

الف. در روش پیدا کردن MaxMin با این شیوه، در صورتیکه تعداد عناصر توان صحیحی از ۲ باشد، مقدار $T(n)$ برابر $T(n)=2T(n/2)$ خواهد بود.

ب. در صورتیکه مساله ای به اندازه n به تقریباً n زیر مسئله با اندازه n/c تقسیم گردد که در آن c ثابت است، مرتبه الگوریتم $n^{\log n}$ خواهد بود و استفاده از روش تقسیم و حل توصیه نمی شود.

ج. در صورتیکه با تقسیم مسئله، زیرمسئله ها نیز تقریباً هم اندازه مسئله اصلی باشند، این روش مناسب نیست.

د. شیوه استراسن که نمونه ای از روش تقسیم و حل است دارای مرتبه کمتر از $\theta(n^3)$ می باشد.

۱۰. در حل مساله ضرب اعداد صحیح بزرگ U و V با استفاده از روش تقسیم و حل از مقادیر p ، q و r به صورت زیر

استفاده شده است. پیچیدگی زمانی این الگوریتم کدام است؟

$$U = x \times 10^m + y$$

$$V = w \times 10^m + z$$

$$p = x \times w$$

$$q = y \times z$$

$$r = (x + y) \times (w + z) - p - q$$

$$U \times V = p \times 10^{2m} + r \times 10^m + q$$

الف. $O(n^{\log_2 3})$

ب. $O(n^{2.81})$

ج. $O(n^2)$

د. $O(n \log n)$

۱۱. الگوریتم زیر چه عملی را انجام می دهد و مرتبه زمانی آن کدام است؟

```
int test (int a[] ; int L, H)
{
    if (L == H) return(a[L]);
    else
    { t1= test (a[] , L , (L+H)/2);
      t2= test (a[] , ((L+H)/2)+1 , H );
      if (t1 >= t2 ) return(t1)
      else return(t2);
    }
}
```

الف . بزرگترین عنصر آرایه را پیدا می کند و از مرتبه $O(n)$ است.

ب . کوچکترین عنصر آرایه را پیدا می کند و از مرتبه $O(n^2)$ است.

ج . مینیمم بین دو ماکزیمم را در آرایه پیدا می کند و از مرتبه $O(n^2)$ است.

د . بزرگترین عنصر آرایه را پیدا می کند و از مرتبه $O(\log n)$ است.

۱۲. مساله خرد کردن پول را در نظر بگیرید که در آن هدف پس دادن باقیمانده پول مشتری با حداقل تعداد سکه ها است. در

صورتی که با داشتن مجموعه سکه های C بخواهیم باقیمانده پول مشتری را که برابر با ۱۶ ریال است بپردازیم، روش

حریصانه برای این مساله کدام زیرمجموعه از سکه ها را به عنوان راه حل انتخاب می کند؟

$C = \{ 12, 10, 5, 2, 1, 1, 1, 1 \}$

ب. $\{ 12, 2, 1, 1 \}$

الف. $\{ 10, 2, 1, 1, 1, 1 \}$

د. $\{ 10, 5, 1 \}$

ج. $\{ 12, 1, 1, 1, 1, 1 \}$

۱۳. کدام گزینه در رابطه با الگوریتم های پریم و کراسکال برای یافتن درخت پوشای کمینه صحیح است.

الف . در هر دو الگوریتم در قدم اول نیاز است یالها به صورت غیر نزولی مرتب گردند.

ب . الگوریتم پریم در گراف های متراکم بهتر از الگوریتم کراسکال عمل می کند.

ج. الگوریتم کروسکال همواره یک درخت پوشای می نی مم ایجاد می کند.

د . الگوریتم پریم دارای مرتبه $\theta(n^2 \log n)$ است.

۱۴. پنج کار به شرح زیر وجود دارد که در آن P_i نشان دهنده سود حاصل از کار i ام است در صورتی که این کار بعد از زمان d_i

انجام نشود، حداکثر سود حاصل از اجرای این کارها چقدر است؟

5	4	3	2	1	i
12	20	10	8	15	P_i
2	1	3	1	2	d_i

الف. ۴۷

ب. ۵۵

ج. ۴۳

د. ۴۵

۱۵. در روش کدگذاری هافمن برای n عنصر حداقل و حداکثر طول یک کد چقدر است (از سمت چپ)؟

- الف. $2, n/2$ ب. $1, n-2$ ج. $1, n-1$ د. $2, \log n$

۱۶. در گراف زیر الگوریتم دیکسترا با شروع از راس یک در مرحله سوم خود کدام راس از گراف را به عنوان نزدیکترین راس به

راس ۱ انتخاب می کند؟ ۴۶۲۷۲۶۴۳۴۱۳۵

- الف. راس ۵ ب. راس ۳ ج. راس ۶ د. راس ۴

۱۷. حداقل تعداد ضرب ها برای ضرب ماتریس های زیر کدام است؟ $A_{10 \times 2} \times B_{2 \times 15} \times C_{15 \times 3} \times D_{3 \times 4}$

- الف. ۳۳۰ ب. ۱۸۵ ج. ۱۹۴ د. ۲۷۰

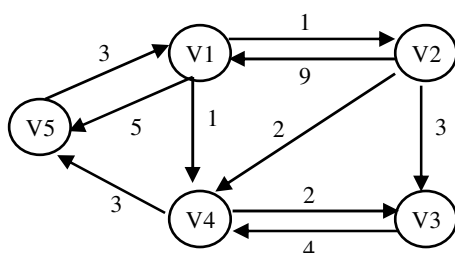
۱۸. تعداد فراخوانی های بازگشتی در الگوریتم روبرو کدام است.

`int bin (int n , int k)`

```
{
    if (k==0 || n==k) return (1);
    else return ( bin (n-1,k-1) + bin (n-1,k));
}
```

- الف. $\binom{n}{k}$ ب. $2\binom{n}{k}-1$ ج. $2\binom{n}{k}-2$ د. $\binom{n}{k}-1$

۱۹. با توجه به گراف مقابل و بکارگیری الگوریتم فلوید، کوتاهترین مسیر بین $V1$ تا $V3$ و $V5$ تا $V3$ برابر است با:



الف. $V1$ تا $V3$ برابر ۴ و $V5$ تا $V3$ برابر ۷

ب. $V1$ تا $V3$ برابر ۴ و $V5$ تا $V3$ برابر ۵

ج. $V1$ تا $V3$ برابر ۳ و $V5$ تا $V3$ برابر ۵

د. $V1$ تا $V3$ برابر ۳ و $V5$ تا $V3$ برابر ۶

۲۰. در مساله کوله پشتی صفر و یک با پنج شی به صورت زیر در صورتی که ظرفیت کوله پشتی برابر با ۱۲ کیلوگرم باشد،

مقدار

سود بیشینه چقدر است؟

5	4	3	2	1	i
7\$	12\$	20\$	30\$	35\$	P_i
1	3	2	5	6	w_i

الف. ۸۵\$

ب. 74\$

ج. 65\$

د. 72\$



۲۱. در صورتی که (i, j) و (k, l) مختصات دو وزیر در یک صفحه شطرنج 4×4 باشند، کدام گزینه هم قطر بودن دو وزیر را تعیین می کند.

الف. $(i-j) = (k-l)$ and $(j-i) = (l-k)$

ب. $(k-i=j-l)$ or $(i-k=j-l)$

ج. $(i-l)=(j-k)$

د. $(i=k)$ and $(j=l)$

۲۲. در مساله حاصل جمع زیر مجموعه ها هدف پیدا کردن تمام زیر مجموعه های ممکن از مجموعه وزن های w_1, w_2, \dots, w_n است که حاصل جمع آنها برابر با مقدار W باشد. در حل مساله با روش عقبگرد کدام یک از موارد زیر تابع امید بخش (promising) را تشکیل می دهد؟

مورد اول: $weight + total \geq w$

مورد دوم: $weight \geq w$

مورد سوم: $weight == w \parallel weight + w[i+1] \leq w$

مورد چهارم: $weight + total = w \&\& weight + w[i+1] \leq w$

الف. موارد دوم و چهارم

ب. موارد سوم و دوم

ج. موارد اول و سوم

د. موارد اول و چهارم

۲۳. اصل بهینگی (Principle of optimality) و امکان پذیر بودن (Feasible) به ترتیب در کدام یک از روش های زیر مطرح می شود؟ (از راست به چپ)

الف. عقبگرد - برنامه نویسی پویا

ب. عقبگرد - حریصانه

ج. برنامه نویسی پویا - حریصانه

د. حریصانه - برنامه نویسی پویا

۲۴. کدام گزینه تفاوت روش انشعاب - تحدید و روش عقبگرد مشخص می کند؟

الف. روش عقبگرد بر خلاف انشعاب و تحدید گره امید بخش با بهترین حد را گسترش می دهد.

ب. انشعاب و تحدید بر خلاف روش عقبگرد از مرتبه نمائی است.

ج. انشعاب و تحدید بر خلاف روش عقبگرد از روش جستجوی عرضی استفاده می کند.

د. روش عقبگرد بر خلاف روش انشعاب و تحدید یک روش پایین به بالا است.

۲۵. مساله فروشنده دوره گرد و مساله رنگ آمیزی گراف به ترتیب متعلق به کدام دسته از مسائل هستند؟ (از راست به چپ)

الف. NP, NP

ب. P, NP

ج. NP, P

د. P, P

سوالات تشریحی

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n=1 \\ 2T(n/2)+n & n>1 \end{cases}$$

۱. تابع هزینه زیر را در نظر بگیرید:

جایگذاری بدست آورید. (۱ نمره)

۲. الف. الگوریتم مرتب سازی سریع (Quick sort) برای افراز آرایه از تابع partition استفاده می کند. شبه کد مربوط به تابع

partition را بنویسید. ب. پیچیدگی زمانی الگوریتم مرتب سازی سریع (Quick sort) را در بدترین حالت تحلیل نمایید. (۱ نمره)

۳. مساله کوله پشتی کسری (knapsack) را برای n شی با شماره های ۱ تا n و یک کوله پشتی با ظرفیت W در نظر

بگیرید. الف. الگوریتم کاملی به روش حریصانه برای حل این مساله بنویسید. ب. الگوریتم را با فرض اینکه ظرفیت کوله پشتی

(W) برابر با ۴۵ است بر روی نمونه زیر از اشیا به کار برده و جواب بهینه را بیابید. (۱ نمره)

سود شی (p _i)	وزن شی (w _i)	شماره شی
\$۱۲	۱۶	۱
\$۱۰	۸	۲
\$۵۰	۲۵	۳
\$۱۵	۲۵	۴
\$۱۶	۱۸	۵

۴. فرض کنید n کلید متمایز با مقادیر key₁ < key₂ < ... < key_n موجود است و احتمال اینکه کلید key_i را جستجو کنند برابر با p_i

است. هدف سازماندهی کلید ها در یک درخت جستجوی دودویی است بطوریکه زمان جستجوی میانگین (مانگین زمان لازم برای

تعیین موقعیت کلیدها) در این درخت به حداقل برسد. الف. الگوریتم کاملی به روش برنامه نویسی پویا برای حل این مساله

بنویسید.

ب. الگوریتم را بر روی نمونه زیر از مساله اجرا نموده و درخت با زمان جستجوی میانگین کمینه را رسم نمایید. (۲ نمره)

key ₃ =9	key ₂ =7	Key ₁ =4
p ₃ =0.2	p ₂ =0.3	p ₁ =0.6

۵. مساله رنگ آمیزی گراف را در نظر بگیرید که در آن هدف رنگ آمیزی گره های گراف G با استفاده از m رنگ است بطوریکه

هیچ دو گره مجاوری همرنگ نباشند. الف. مساله را به روش عقبگرد تحلیل نموده و تابع امید بخش (promising) را برای این

مساله بنویسید. ب. گراف زیر را در نظر بگیرید: wv₁xz₂ فرض کنید بخواهیم این گراف را با سه رنگ قرمز، آبی و سبز رنگ

آمیزی کنیم به طوری که گره های مجاور همرنگ نباشند. مساله را با روش عقبگرد حل نموده و درخت فضای حالت را رسم

کنید. (۱ نمره)