

سؤالات تستی:

۱. مرتبه زمان اجرا تابع بازگشتی زیر چیست؟

```
int test(int n)
{
    if (n <= 4) return (1);
    else return (test(n - 4) * test(n - 4) * test(n - 4));
}
```

الف) $O(3n^4)$ ب) $O(4n^3)$ ج) $O(3^{n/4})$ د) $O(4^{n/4})$

۲. مرتبه زمان اجرای تابع بازگشتی زیر چیست؟

```
int fun(int n){
    if (n <= 4) return 1;
    else return (fun(n/3) + fun(n/3) - fun(n/3))
}
```

الف) $O(\log_3 n)$ ب) $O(3^{\log_2 n})$ ج) $O(n/3)$ د) $O(n)$

۳. n تا تابع $f_i(n)$ در دسترس است که

$$\forall 1 \leq i \leq n; f_i(n) \in O(n)$$

در این حالت $\sum_{i=1}^n f_i(n)$ از چه مرتبه‌ای خواهد شد؟

الف) $O(n)$ ب) $O(n^2)$ ج) $O(n^n)$ د) $O(n!)$

۴. مرتبه اجرا برنامه زیر کدام است؟

```
i = n;
while (i > 1){
    i = i/3; j = 1;
    while (j <= n)
        j = j*5;
}
```

الف) $O(\log_3 n * \log_5 n)$ ب) $O(\log_{15} n)$ ج) $O(\log_5 n^3)$ د) $O(\log_3 n^5)$

۵. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف) اگر $f(n) \in O(g(n))$ آنگاه $g(n) \in \theta(f(n))$.

ب) اگر $f(n) \in O(g(n))$ و $g(n) \in \Omega(f(n))$ آنگاه $f(n) \in \theta(g(n))$.

ج) اگر $f(n) \in O(g(n))$ و $f(n) \in \Omega(g(n))$ آنگاه $f(n) \in \theta(g(n))$.

د) اگر $f(n) \in \Omega(g(n))$ آنگاه $f(n) \in \theta(g(n))$.

۶. مرتبه زمان اجرا تابع بازگشتی زیر چیست؟ (محاسبه ب.م.م)

```
int GCD(int a, int b) {
    if (b == 0) return a;
    else return GCD(b, a % b);
} /* % is remainder operator */
```

الف) $O(\log_b a)$ ب) $O(\log_a b)$ ج) $O(a/b)$ د) $O(\log_2 \max(a, b))$

۷. رابطه بازگشتی غیرهمگن زیر معادل کدام یک از روابط بازگشتی همگن خواهد بود؟

$$T(n) = 2T(n-1) + 3^n$$

الف) $T(n) - 6T(n-1) + 5T(n-2) = 0$

ب) $T(n) - 5T(n-1) + 6T(n-2) = 0$

ج) $T(n) + 5T(n-1) - 6T(n-2) = 0$

د) $T(n) + 6T(n-1) + 5T(n-2) = 0$

۸. اگر الگوریتم جستجوی دودویی را بر روی برداری نامرتب اعمال کنیم کدام یک از موارد زیر همواره اتفاق می‌افتد؟

الف) الگوریتم در حلقه بی‌نهایت می‌افتد.

ب) الگوریتم به ازای تمامی مقادیر کلید نمی‌تواند پیام «یافت شد» را صادر کند.

ج) الگوریتم به ازای تمامی مقادیر کلید می‌تواند پیام «یافت شد» را صادر کند.

د) هیچ کدام از موارد «الف»، «ب»، «ج» نمی‌تواند صحیح باشد.

۹. اگر لیستی حاوی عناصر زیر باشد و عنصر 18 به عنوان محور (لولا) در روش مرتب‌سازی سریع (Quick sort) انتخاب شود پس از انجام عمل محور گیری برای 18، بردار در کدام حالت زیر خواهد بود؟

[18 21 11 26 12 9 19 24]

الف) [9 11 12 18 21 26 19 24]

ب) [9 11 12 18 19 21 24 26]

ج) [11 9 12 18 21 19 26 24]

د) [12 9 11 18 26 21 19 24]

۱۰. تابع هزینه تعداد جمع ها و تفريق در الگوريتم ضرب استراسن برا

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 7T(n/2) & \text{if } n > 1 \end{cases} \quad (\text{الف})$$

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 7T(n/2) + 18(n/2)^3 & \text{if } n > 1 \end{cases} \quad (\text{ب})$$

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 18T(n/2) + 1 & \text{if } n > 1 \end{cases} \quad (\text{ج})$$

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 7T(n/2) + 18(n/2)^2 & \text{if } n > 1 \end{cases} \quad (\text{د})$$

۱۱. الگوي حل کدام يك از مسائل زير به روش تقسيم و غلبه نمی باشد؟

- (الف) ضرب اعداد با طول بزرگ
(ب) مرتب سازی ادغام
(ج) ضرب زنجیری ماتریس ها
(د) جستجوی دودویی

۱۲. الگوي حل کدام يك از مسائل زير به روش برنامه نویسی پويا نمی باشد؟

- (الف) فروشنده دوره گرد
(ب) درخت پوشای کمینه
(ج) طولانی ترین زیر رشته مشترک بین دو رشته
(د) درخت جستجوی بهینه

۱۳. کدام گزینه در مورد الگوريتم های کراسکال و پرایم برای ایجاد درخت پوشای کمینه صحیح است؟

- (الف) زمان اجرای هر دو الگوريتم روی گرافهای یکسان، مساوی است.
(ب) هر دو الگوريتم روی گرافهای یکسان، درخت پوشای یکسان تولید می کنند.
(ج) مجموع طول اضلاع درخت پوشا در هر دو الگوريتم یکسان است.
(د) هر دو الگوريتم با رشد و بهم پیوستن یک جنگل از درختها، درخت پوشا را تولید می کنند.

۱۴. الگوي حل مسئله زمان بندی job ها در سیستم سرویس دهی با حداکثر سود کدام است؟

- (الف) تقسیم و حل
(ب) حریصانه
(ج) برنامه نویسی پويا
(د) بازگشت به عقب

۱۵. الگوي حل مسئله n وزیر کدام است؟

- (الف) تقسیم و حل
(ب) حریصانه
(ج) برنامه نویسی پويا
(د) بازگشت به عقب

۱۶. فضای حالت (تعداد گره های درخت تصمیم گیری) در مسئله n وزیر کدام است؟

$$\begin{aligned} & \frac{n^{n+1} - 1}{n - 1} \quad (\text{الف}) & \frac{n^{n+1} + 1}{n - 1} \quad (\text{ج}) & \frac{n^{n+1} + 1}{n + 1} \quad (\text{ب}) & \frac{n^{n+1} - 1}{n - 1} \quad (\text{د}) \end{aligned}$$

DFS و BFS و LFS

BFS و DFS (ج)

DFS (ب)

BFS (الف)

۱۷. کدام یک از روشهای پیمایش زیر برای گرافها وجود دارد؟

۱۸. در کدام گزینه تمامی مسائل ذکر شده در رده مسائل P قرار گرفته‌اند؟

(الف) مرتب سازی، فروشنده دوره گرد و درخت پوشای کمینه

(ب) مسئله n وزیر، حلقه هامیلتونی کمینه و پیمایش گرافها

(ج) حلقه هامیلتونی کمینه، مرتب سازی، فروشنده دوره گرد

(د) مرتب سازی، پیمایش گرافها و درخت پوشای کمینه

۱۹. فرض کنیم که T یک درخت پوشای مینیمم برای گراف G باشد. اگر مقادیر برخی از یالهای G

کاهش پیدا کنند و گراف حاصل را G' بنامیم در این صورت:

(الف) T در هر حال یک درخت پوشای مینیمم از G' خواهد بود.

(ب) اگر یالهایی که مقدارشان کاهش پیدا کرده، همگی متعلق به T باشند، آنگاه T یک درخت پوشای

مینیمم برای G' خواهد بود.

(ج) حتی اگر فقط بخشی از یالهایی که مقدارشان کاهش یافته متعلق به T باشند، T یک درخت پوشای

مینیمم از G' خواهد بود.

(د) T یک درخت پوشای مینیمم از G' خواهد بود اگر یالهایی که مقدارشان کاهش پیدا کرده همگی

متعلق به T باشند و نیز کلیه یالهای متعلق به T کاهش یافته باشد.

۲۰. داده 65 را با چند مقایسه در آرایه روبرو به روش جستجوی دودویی (binary search) پیدا

می کنیم؟

[3,16,20,35,65,72]

4 (د)

3 (ج)

2 (ب)

1 (الف)

۲۱. می دانیم الگوریتمی برای پرانتزبندی مسئله ضرب زنجیری ماتریس ها که دارای کمترین تعداد ضرب

داخلی است، وجود دارد. اینک بخواهیم به همراه بدست آوردن تعداد ضرب داخلی کمینه، محل پرانتزبندیها

را داشته باشیم در این مورد چه می توان گفت؟

(الف) اصلاً نمی توان این عمل را با همان هزینه یافتن تعداد ضرب داخلی کمینه بدست آورد و هزینه نمایی

می شود.

(ب) اصلاً نمی توان این عمل را با همان هزینه یافتن تعداد ضرب داخلی کمینه بدست آورد و هزینه از

مرتبه $O(n^6)$ می شود.

(ج) می توان این عمل را با همان هزینه یافتن تعداد ضرب داخلی کمینه بدست آورد.

(د) هیچ کدام از موارد فوق صحیح نمی باشد.

۲۲. 6 کار (job) به شرح ذیل داریم: g_i نشان دهنده سود حاصل بعد از زمان d_i انجام نشود. فرض کنید هر کار در واحد زمان انجام چقدر است؟

i	1	2	3	4	5	6
g_i	20	15	10	7	5	3
d_i	3	1	1	3	1	3
	32 (د)			37 (ج)		

الف) 42 ب) 45

۲۳. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

الف) برای حل هر مسئله می توان یک الگوریتم با استفاده از روش برنامه ریزی پویا (Dynamic Programming) طراحی کرد.

ب) روش حریصانه (Greedy) همیشه یک راه حل بهینه را بدست می دهد.

ج) روش تقسیم و حل یک روش بالا به پایین می باشد در صورتی که روش برنامه ریزی پویا یک روش پایین به بالا می باشد.

د) برای اینکه روش تقسیم و حل برای حل یک مسأله مورد استفاده قرار گیرد اصل Optimality بایستی برقرار باشد.

۲۴. کدام یک از مسائل زیر تعداد مربوطه برابر $n-1$ امین عدد کاتالان (C_{n-1}) خواهد بود؟

الف) تعداد روشهای که می توان با رسم قطره های غیر متقاطع یک n ضلعی محدب را به $n-2$ مثلث تبدیل کرد.

ب) تعداد روشهای مختلف پرانتز گذاری ضرب زنجیری ماتریس ها (برای n ماتریس).

ج) تعداد درختهای جستجوی دودویی با n کلید متمایز.

د) هیچ کدام.

۲۵. الگوریتم زیر تعداد ضرب داخلی کمینه برای n تا ماتریس $(M_1 \times M_2 \times \dots \times M_n)$ را که ابعاد M_i

برابر $d_{i-1} \times d_i$ است، بدست می آید. به جای stmt کدام یک از گزینه ها قرار گیرد تا این الگوریتم صحیح کار کند؟

```
for i = 1 to n do
  m[i, j] = 0
for s = 2 to n do
  for i = 2 to n - s + 1 do {
    j = i + s - 1
    m[i, j] = ∞
    for k = i to j - 1 do {
      stmt (این جمله چه باشد؟)
      if q < m[i, j] then m[i, j] = q
    }
  }
```

$$q = m[i, k] + m[k + 1, j] + d_{i-1}d_kd_j \quad (ب) \quad d_{j-1}d_kd_i$$

$$q = m[i, j] + m[k + i, k + j] + d_id_jd_k \quad (ج) \quad d_id_kd_j + m[k, j] + m[k + 1, j]$$

« سؤالات تشریحی »

۱. فرض کنید متنی شامل حروف f, e, d, c, b, a باشد تعداد کاراکترهای این متن برابر با 100 می باشد که در آن تعداد کاراکترها به صورت زیر می باشد:

کاراکترها	a	b	d	c	e	f
تعداد تکرار	45	13	12	16	9	5

الف) می دانیم الگوریتم کدگذاری هافمن (Huffman Code) برای تولید کد باینری بهینه وجود دارد. این الگوریتم جزء کدام یک از الگوهای حل مسئله است؟

ب) الگوریتم هافمن را روی نمونه فوق اعمال کنید و ضمن رسم درخت کد هافمن، کدهای مربوطه را بنویسید.

ج) چه تعداد کد باینری متمایز را می توان توسط الگوریتم هافمن داشت. (به طور نمونه در قسمت «ب» یک مورد از این تعداد بدست می آید)

۲. برای الگوریتم مرتب سازی Quick sort به موارد زیر پاسخ دهید. (نوشتن تابع هزینه و حل لازم نیست و تنها θ کافی است)

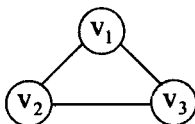
الف) هزینه محور گیری

ب) هزینه کل Quick sort در بهترین حالت

ج) هزینه کل Quick sort در بدترین حالت

۳. برای مسئله کوتاهترین مسیر بین دو گره گراف، الگوریتم فلوید را بیان نموده و سپس عملکرد این الگوریتم را توصیف کنید.

۴. گراف زیر را در نظر بگیرید:



الف) با استفاده از الگوی حل عقبگرد (Backtracking) درخت فضای حالت آن را برای رنگ آمیزی با 3 رنگ، با در نظر گرفتن گره های امید بخش و گره های غیر امید بخش رسم کنید.

ب) برای گرافی با n گره و m رنگ برای رنگ آمیزی، تعداد گره های درخت فضای حالت را بدست آورید.

۱. گزینه «ج» صحیح است.

$$T(n) = 3\text{test}(n-4) \Rightarrow T(n) \in O(3^{n/3})$$

۲. گزینه «الف» صحیح است.

$$T(n) = \text{fun}(n/3) + \text{fun}(n/3) - \text{fun}(n/3) = \text{fun}(n/3) \Rightarrow T(n) \in O(\log_3 n)$$

نکته: در تعیین مرتبه توابعی که در آن n/k می باشد، n مرتبه نمایی بوده و k پایه می باشد.

۳. گزینه «الف» صحیح است. چون مرتبه‌ی $\sum_{i=1}^n f_i(n)$ مورد نظر می باشد و $f_i(n)$ ها مرتبه یکسانی دارند پس مرتبه‌ی یکی از آنها، مرتبه مجموع آنها نیز می باشد.

۴. گزینه «الف» صحیح است. حلقه درونی دارای مرتبه $O(\log_5 n)$ می باشد و چون تودرتو می باشند و چون حلقه بیرونی از مرتبه $O(\log_3 n)$ می باشد، پس

$$T(n) \in O(\log_3 n \times \log_5 n)$$

۵. گزینه «ج» صحیح است. در مورد گزینه‌های «الف» و «ب» باید گفت $f(n) \in O(g(n))$ خود نتیجه می دهد که $g(n) \in \Omega(f(n))$ است. بنابراین از این دو موضوع نمی توان رابطه

$$f(n) \in \theta(g(n))$$

را نتیجه گرفت.

۶. گزینه «د» صحیح است. این الگوریتم، الگوریتم محاسبه ب.م.م می باشد و چون در هر بار فراخوانی الگوریتم به دو بخش تقسیم می شود پس باید $\log_2 \max(a, b)$ باشد.

۷. گزینه «ب» صحیح است.

دارای دو ریشه می باشد. $T(n) = 2T(n-1) + 3^n \rightarrow$

$$\text{ریشه‌ها: } x = 2, x = 3$$

فقط گزینه «ب» دارای ریشه‌های ۲ و ۳ می باشد.

نکته: برای بدست آوردن ریشه‌ها یک بار $T(n) = 3^n$ و یک بار $T(n) = 2T(n-1)$ قرار دهید.

۸. گزینه «الف» صحیح است. جستجوی دودویی فقط بر روی آرایه‌ای مرتب اجرای می شود و وقتی روی آرایه‌ای نامرتب اعمال شود، وقتی عنصر وسط را عنصر محور بگیریم شاید در طرف راست آن یک عنصر

کوچکتر از عنصر محور باشد و وقتی به آن برسیم جستجو دوباره از اول شروع می‌نماید.

۹. گزینه «د» صحیح است. ترتیب اجرای الگوریتم به صورت زیر می‌باشد.

18 \downarrow_i 21 11 26 12 \downarrow_i 9 19 24

18 9 11 \downarrow 26 \downarrow 12 21 19 24

\downarrow 18 9 11 \downarrow 12 26 21 19 24

12 9 11 18 26 21 19 24 \longrightarrow بردار انتخاب 18 به عنوان pilot

۱۰. گزینه «د» صحیح است.

$$\text{تعداد ضرب در استراسن} = \begin{cases} T(n) = 7T(n/2) \\ T(1) = 1 \end{cases} \Rightarrow T(n) = n^{\log_2 7} = n^{2.81}$$

$$\text{تعداد جمع در استراسن} = \begin{cases} T(n) = 7T(n/2) + 18(n/2)^2 & \text{if } n > 1 \\ T(1) = 0 & \text{if } n \leq 1 \end{cases}$$

۱۱. گزینه «ج» صحیح است. گزینه‌های «الف» و «ب» و «د» توسط روش تقسیم و حل، حل می‌شوند و ضرب زنجیری ماتریسها با روش برنامه‌نویسی پویا حل می‌شود.

۱۲. گزینه «ب» صحیح است. درخت پوشای کمینه (پریم و کراسکال) با روش حریصانه حل می‌شوند.

۱۳. گزینه «ب» صحیح است. به سؤال ۱۰ تستی نیم سال دوم ۸۷-۸۶ رجوع کنید.

۱۴. گزینه «ب» صحیح است. چون هدف آن است که کارها به نحوی زمان‌بندی شوند که بیشترین بهره بدست آید و جواب باید بهینه باشد پس باید از الگوریتم حریصانه استفاده شود.

۱۵. گزینه «د» صحیح است. الگوریتم n وزیر به صورتی است که دنباله‌ای از ترتیبها را انتخاب و بعضی از آنها حذف می‌شوند پس از روش عقبگرد پیروی می‌کند.

۱۶. گزینه «الف» صحیح است. تعداد کل گره‌ها برابر است با:

$$1 + n + n^2 + n^3 + \dots + n^n = \frac{n^{n+1} - 1}{n - 1}$$

۱۷. گزینه «ج» صحیح است.

الگوریتم (DFS): جستجو در عمق نخست

الگوریتم (BFS): جستجو در سطح اول

۱۸. گزینه «د» صحیح است. مسائل P عبارتی است از مجموعه تمامی مسائل تصمیم گیری که توسط الگوریتمهای زمانی چندجمله‌ای قابل حل می‌باشند.

در گزینه‌های «ب» و «ج»، حلقه هامیلتونی از رده مسائل NP می‌باشد. در گزینه «الف»، مسئله فروشنده دوره گرد از مسائل NP نمی‌باشد ولی هیچ الگوریتمی با پیچیدگی چندجمله‌ای یافت نشده است.

۱۹. گزینه «د» صحیح است. وقتی یالهای کاهش یافته متعلق به T نباشند، دیگر T درخت پوشای مینیمم نیست ولی اگر همه یالهای کاهش یافته متعلق به باشند، فرقی در مسئله نمی‌کند.

۲۰. گزینه «ب» صحیح است.

3 , 16 , 20 , 21 , 35 , 65 , 72
 \uparrow \uparrow \uparrow
 low mid high

1) $mid < 65$

35 , 65 , 72 \Rightarrow در دو مقایسه 65 پیدا شد.

2) $mid = 65$

۲۱. گزینه «آ» صحیح است. طبق توضیحات داده شده در سؤال ۱۵ تستی نیم سال دوم ۸۶-۸۷ تعداد

پرانتربندیهای مختلف برای ضرب n ماتریس در هم برابر $\sum_{i=1}^{n-1} T(i) \times T(i-1)$ می‌باشد و مرتبه بازگشتی

آن برابر $\frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$ است. مرتبه فوق توسط برنامه‌نویسی پویا به دست آمده است ولی اگر ضرب

زنجره‌ای ماتریسها توسط روش تقسیم و حل، اجرا شود مرتبه آن نمایی می‌شود.

۲۲. گزینه «الف» صحیح است. این همان مسئله زمان‌بندی با مهلت معین است. ابتدا باید کارها را به ترتیب نزولی مرتب کنیم که در این سؤال از قبل مشخص شده‌اند. ابتدا

چون ترتیب $[1]$ امکان‌پذیر است. $S = [1] \longrightarrow$

چون $[2,1]$ امکان‌پذیر است. $S = [1,2] \longrightarrow$

هیچ ترکیب امکان‌پذیری برای مجموعه وجود ندارد $S \neq [1,2,3] \longrightarrow$

چون ترتیب $[1,2,4]$ امکان‌پذیر است. $S = [1,2,4] \longrightarrow$

کارهای 5 و 6 هم رد می‌شوند، زیرا هیچ ترتیب امکان‌پذیری به همراه

$$s_2 : g_1 + g_4 = 20 + 15 + 7 = 42$$

۲۳. گزینه «ج» صحیح است. طبق تعریف، روش برنامه‌نویسی پویا یک روش (down-top) می‌باشد

ولی روش تقسیم و حل یک روش (top-down) می‌باشد.

۲۴. گزینه «الف» صحیح است.

$$T(n-1) = \sum_{i=1}^{n-2} T(i) \times T(n-1-i) = \frac{1}{n-1} \binom{2n-4}{n-2}$$

در حالت کلی یک n ضلعی همواره با $n-3$ قطر به $n-2$ مثلث افراز می‌شود.

۲۵. گزینه «الف» صحیح است. در ضرب زنجیره‌ای ماتریسها داریم:

$$\begin{cases} m[i][j] = 0 & \text{if } (i = j) \\ m[i][j] = \min(m[i][k] + m[k+1][j] + d_{i-1}d_kd_j) & \text{if } (i < j) \end{cases}$$

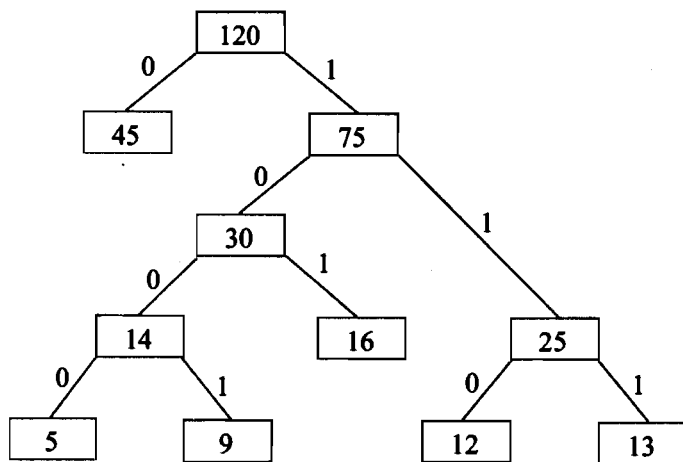
پاسخ سوالات تشریحی:

۱. الف) جزء روش حریصانه

ب) ابتدا آنها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم

ج) به تعداد گروه‌های الگوریتم می‌توان کد باینری متمایز داشت.

5, 9, 12, 13, 16, 45



$a=0$ $c=110$ $e=1001$

$b=111$ $d=101$ $f=1000$

۲. الف) پیچیدگی زمانی الگوریتم افراز در تمامی حالت

$$T(n) = n - 1$$

ب) برای تحلیل پیچیدگی زمانی در حالت میانگین (بهترین حالت) احتمال آنکه pirot point برگردانده شده توسط روال partition، هر یک از اعداد 1 تا n باشد یکسان است و بدیهی است که این احتمال برابر 1/n است.

$$A(n) = (n-1) + \sum_{p=1}^n \frac{1}{n} [A(p-1) + A(n-p)]$$

↓
زمان افراز

↓
احتمال محور
عنصر

↓
زمان میانگین
برای مرتب سازی

$$A(n) \approx 2(n+1) \ln n \in \theta(n \log n) \Rightarrow A(n) = \theta(n \log n)$$

البته در حالت متوسط آرایه تقریباً نصف شده و الگوریتم دوباره خودش را با نصف آرایه همراه می زند، یعنی رابطه زیر را داریم:

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \theta(n) \Rightarrow T(n) = \theta(n \log n)$$

ج) بدترین حالت زمانی رخ می دهد که آرایه از قبل مرتب باشد، چرا که تابع partition در هر بار مقدار سمت چپ را به عنوان pirot point برگرداند و لذا آرایه به صورت تکراری یک زیر آرایه خالی چپ و یک زیر آرایه با n-1 عنصر در سمت راست افراز شده را دارد، پس

$$w(n) = w(0) + w(n-1) + (n-1)$$

↓
زمان افراز

↓
مرتب سازی زیر
لیست راست

↓
مرتب سازی زیر
لیست چپ

$$\Rightarrow w(n) = w(n-1) + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2} = \theta(n^2)$$

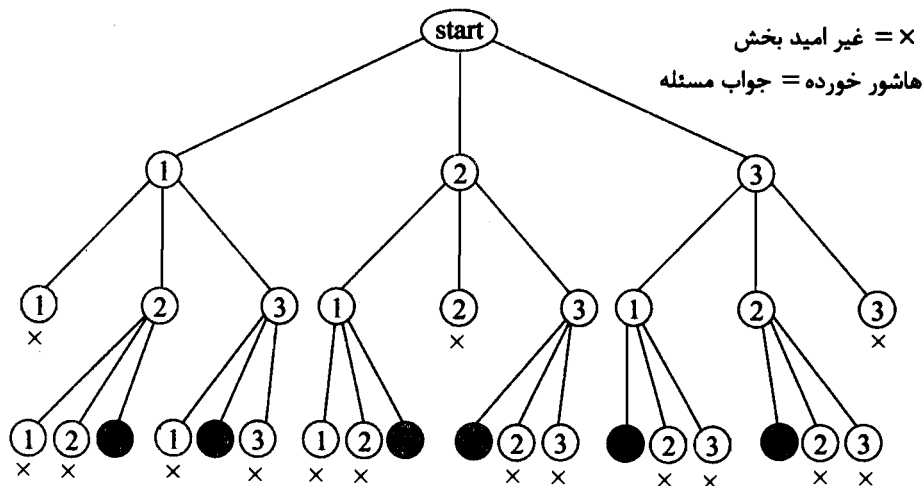
۳. الگوریتم فلوید برای پیدا کردن کوتاهترین مسیر بین دو گره گراف می باشد که توسط فرمول زیر حل می شود.

$$D_k[i][j] = \min(D_{k-1}[i][j], D_{k-1}[i][k] + D_{k-1}[k][j])$$

منظور فرمول فوق این است که ما کوتاهترین مسیر از گره i به j با واسطه گری گره k-1 را می دانیم. حال می خواهیم بدانیم اگر شهر k نیز بتواند واسطه راه باشد، کوتاهترین مسیر کدام است؟ در این حال

می‌گوییم کوتاهترین مسیر از شهر i به k را با کوتاهترین مسیر از k به حاصل جمع را با مقدار قبلی که مسیر حداقل از شهر i به j است مقایسه می‌کنیم و اگر کمتر باشد جواب مورد نظر است.

۴. الف)



ب)

$$1 + m + m^2 + \dots + m^n = \frac{m^{n+1} - 1}{m - 1} \rightarrow \text{که در آن } n \text{ گره و } m \text{ رنگ}$$

*) می‌توان برای حالت خاص $m = 2$ الگوریتمی نوشت که پیچیدگی زمانی آن در بدترین حالت نسبت به n نمایی نباشد ولی برای $m \geq 3$ هیچ کس تا کنون الگوریتمی ابداع نکرده که نمایی نباشد.