

زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: سیگنالها و سیستمها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی سخت افزار
۱۱۱۵۲۰۴
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانشها و خردهاست؛ نه به ثروتها و تبارها.

۱- گزینه صحیح کدام است؟

- الف. سیستم $y[n]=x[-n]$ علی است.
ب. سیستم $y(t)=e^{x(t)}$ پایدار نیست.
ج. سیستم $y(t)=x(2t)$ تغییر ناپذیر با زمان است.
د. سیستم $y[n]=2x[n]+3$ خطی نیست.
۲- در مورد سیستم گسسته در زمان $y[n]=x[n]x[n-2]$ با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ کدام گزینه غلط است؟
الف. خروجی سیستم به ازای ورودی $A\delta[n]$ عددی حقیقی یا مختلط صفر است.
ب. این سیستم علی است.
ج. این سیستم وارون پذیر است.
د. این سیستم حافظه دار است.

۳- کدام گزینه غلط است؟

- الف. سیستمی تغییر ناپذیر با زمان است که رفتار و مشخصات آن با زمان تغییر نکند.
ب. سیستمی تغییر ناپذیر با زمان است که جابجایی زمانی سیگنال ورودی به جابجایی زمانی مشابهی در سیگنال خروجی منجر شود.
ج. سیستمی علی است که خروجی آن در هر زمان تنها به مقادیر حال و آینده ی ورودی بستگی داشته باشد.
د. سیستمی وارون پذیر است که به ازای ورودی های متمایز، خروجی های متمایز بدهد.

۴- کدام گزینه صحیح است؟

- الف. خاصیت جمع آثار برای سیستم های خطی فقط در حالت پیوسته در زمان صادق است.
ب. خاصیت جمع آثار برای سیستم های غیر خطی فقط در حالت پیوسته در زمان صادق است.
ج. خاصیت جمع آثار برای سیستم های غیر خطی در هر دو حالت پیوسته و گسسته در زمان صادق است.
د. خاصیت جمع آثار برای سیستم های خطی در هر دو حالت پیوسته و گسسته در زمان صادق است.

۵- کدام گزینه در مورد سیستم $y[n]=\text{Re}\{x[n]\}$ درست است؟ (Re نماد قسمت حقیقی است)

- الف. این سیستم جمع پذیر و همگن است.
ب. این سیستم جمع پذیر است ولی همگن نیست.
ج. این سیستم جمع پذیر یا همگن نیست.
د. این سیستم جمع پذیر نیست ولی همگن است.

زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: سیگنالها و سیستمها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی سخت افزار
۱۱۱۵۲۰۴
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۶- اگر T دوره تناوب سیگنال $x(t) = e^{j\omega_0 t}$ باشد، کدام گزینه غلط است؟

الف. $x(t) = e^{j\omega_0 t} \cdot e^{j\omega_0 T}$

ب. $e^{j\omega_0 T} = 1$

ج. به ازای $\omega_0 = 0$ ، $x(t)$ به ازای هیچ مقدار از T ، متناوب نیست.

د. دوره تناوب پایه $x(t)$ و $x(-t)$ یکسان است.

۷- دوره تناوب پایه سیگنال $x(t) = 2\cos(10t+1) - \sin(4t-1)$ کدام گزینه است؟

الف. π

ب. 2π

ج. $\frac{\pi}{2}$

د. $\frac{2\pi}{3}$

۸- کانولوشن $y[n] = x[n] * h[n]$ به ازای $x[n]$ و $h[n]$ زیر کدام گزینه است؟

$x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^{-n} u[-n-1], h[n] = u[n-1]$

الف. $y[n] = \begin{cases} \frac{3^n}{2} & n < 0 \\ \frac{1}{2} & n \geq 0 \end{cases}$ ب. $y[n] = \begin{cases} \frac{1}{2} & n < 0 \\ \frac{3^n}{2} & n \geq 0 \end{cases}$ ج. $y[n] = \begin{cases} \frac{2}{3^n} & n < 0 \\ \frac{1}{2} & n \geq 0 \end{cases}$ د. $y[n] = \begin{cases} \frac{2}{3^n} & n < 0 \\ 2 & n \geq 0 \end{cases}$

۹- ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ یک سیستم علی LTI با معادله تفاضلی $y[n] = \frac{1}{4}y[n-1] + x[n]$ به هم مربوط می شوند، به ازای ورودی $x[n] = \delta[n-1]$ کدام گزینه است؟

الف. $\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} u[n+1]$ ب. $\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} u[n-1]$ ج. $\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} u[n-1]$ د. $\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} u[n+1]$

۱۰- در مورد معادلات دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$ کدام گزینه غلط است؟

الف. پاسخ به ورودی $x(t)$ در حالت کلی مجموع یک جواب خصوصی معادلات دیفرانسیل و یک جواب همگن است.

ب. جواب خصوصی یعنی جواب معادله ی دیفرانسیل به ازای ورودی صفر است.

ج. جواب همگن را غالباً پاسخ طبیعی سیستم می نامند.

د. انتخاب های مختلف شرایط کمکی به روابط متفاوتی بین ورودی و خروجی منجر می شود.

زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: سیگنالها و سیستمها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی سخت افزار
۱۱۱۵۲۰۴
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۱۱- کدام گزینه غلط است؟

الف. اگر در $x[n]=0, n < N_1$ و در $h[n]=0, n < N_2$ آنگاه در $y[n]=x[n]*h[n]=0, n < N_1+N_2$

ب. اگر $y[n]=x[n]*h[n]$ آنگاه $y[n-1]=x[n-1]*h[n-1]$

ج. اگر $y(t)=x(t)*h(t)$ آنگاه $y(-t)=x(-t)*h(-t)$

د. اگر در $x(t)=0, t > T_1$ و در $h(t)=0, t > T_2$ آنگاه در $x(t)*h(t)=0, t > T_1+T_2$

۱۲- سیگنال متناوب $x(t)$ با فرکانس پایه $\omega_0=2\pi$ بصورت $x(t)=\sum_{k=-3}^{+3} a_k e^{jk2\pi t}$ که در آن $a_0=1$ و $a_1=a_{-1}=\frac{1}{4}$ و

$a_2=a_{-2}=\frac{1}{2}$ و $a_3=a_{-3}=\frac{1}{3}$ است. به ورودی یک سیستم LET با پاسخ ضربه $h(t)=e^{-t}u(t)$ ارائه می شود. با توجه به

رابطه $b_k=a_k H(jk\omega_0)$ ، کدام گزینه غلط است؟

الف. $b_0=-1$ ب. $b_1=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1+j2\pi}\right)$ ج. $b_{-1}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{1-j2\pi}\right)$ د. $b_2=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+j4\pi}\right)$

۱۳- کدام گزینه در مورد سیگنالهای متناوب پیوسته در زمان با نمایش سری فوریه ی زیر صحیح است؟

$$x_1(t) = \sum_{k=0}^{100} \left(\frac{1}{2}\right)^k e^{jk\frac{2\pi}{50}t} \quad x_2(t) = \sum_{k=-100}^{100} \cos(k\pi) e^{jk\frac{2\pi}{50}t}$$

الف. X_1 و X_2 هر دو حقیقی و زوج هستند. ب. X_1 حقیقی و زوج است ولی X_2 حقیقی نیست و زوج است.

ج. X_2 حقیقی و زوج است و X_1 حقیقی نیست و زوج نیست. د. X_1 و X_2 حقیقی نیستند و زوج نیستند.

۱۴- در مورد سیگنال $x[n]=\sin\omega_0 n$ کدام گزینه غلط است؟

الف. اگر نسبت $\frac{2\pi}{\omega_0}$ برابر عدد صحیح N باشد $x[n]$ با دوره تناوب N متناوب است.

ب. اگر نسبت $\frac{2\pi}{\omega_0}$ عدد صحیح باشد $x[n]$ متناوب است.

ج. اگر نسبت $\frac{2\pi}{\omega_0}$ برابر نسبت دو عدد صحیح باشد $x[n]$ متناوب است.

د. برای $\omega_0 = \frac{2\pi}{N}$ داریم: $a_1 = \frac{Nj}{2}$ و $a_{-1} = \frac{-Nj}{2}$.

زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: سیگنالها و سیستمها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی سخت افزار
۱۱۱۵۲۰۴
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۱۵- برای فیلتر ایده آل با پاسخ فرکانس زیر کدام گزینه صحیح است؟

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

- الف. فیلتر بالا گذر است.
ب. فیلتر پایین گذر است.
ج. فیلتر میان گذر است.
د. فیلتر میان نگذر است.

۱۶- در مورد سیگنال $x(t) = \sqrt{2} \sin(\pi t)$ کدام گزینه غلط است؟

- الف. $x(t)$ حقیقی و زوج است.
ب. $x(t)$ دارای تناوب پایه ی $T=2$ است.
ج. اگر ضرایب سری فوریه ی این سیگنال باشد، به ازای $|k| > 1$ و $a_k = 0$.

$$\frac{1}{2} \int_0^2 |x(t)|^2 dt = 1 \quad \text{د.}$$

۱۷- با توجه به خواص تبدیل فوریه مندرج در جداول پیوستی در مورد سیگنال حوزه ی زمان متناظر $X(j\omega) = U(\omega) - U(\omega - 2)$ کدام گزینه صحیح است؟

- الف. $x(t)$ ، حقیقی است.
ب. $x(t)$ ، موهومی است.
ج. $x(t)$ ، نه حقیقی است نه موهومی.
د. $x(t)$ ، برای این سیگنال وجود ندارد.

۱۸- تبدیل فوریه ی سیگنال $x(t) = e^{-2(t-1)}u(t-1)$ کدام گزینه است؟

$$X(j\omega) = \frac{e^{-j\omega}}{2-j\omega} \quad \text{د.} \quad X(j\omega) = \frac{e^{+j\omega}}{2-j\omega} \quad \text{ج.} \quad X(j\omega) = \frac{e^{-j\omega}}{2+j\omega} \quad \text{ب.} \quad X(j\omega) = \frac{e^{+j\omega}}{2+j\omega} \quad \text{الف.}$$

۱۹- سیستم LTI علی با پاسخ ضربه ی $H(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 3}$ را در نظر بگیرید. این سیستم به ازای ورودی $x(t)$ ، خروجی زیر را ایجاد کرده است. $x(t)$ کدام گزینه است؟

- الف. $x(t) = e^{-4t}u(t)$
ب. $x(t) = e^{+4t}u(t)$
ج. $X(t) = e^{-3t}u(t)$
د. $x(t) = e^{+3t}u(t)$

زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: سیگنالها و سیستمها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی سخت افزار
۱۱۱۵۲۰۴
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۲۰- کدام گزینه در مورد سیگنال گسسته در زمان $x[n]$ غلط است؟

- الف. متناوب بودن سیگنالی در حوزه زمان به معنی ضربه ای بودن تبدیل فوریه، در مضارب فرکانس پایه ی سیگنال است.
ب. برای بررسی انرژی سیگنال از خاصیت کانولوشن استفاده می شود.
ج. سیگنال $x[n]$ در صورتی حقیقی است که اندازه ی تبدیل فوریه سیگنال زوج و فاز آن فرد باشد.
د. اگر $x[n]$ زوج باشد، طبق خاصیت تقارن سیگنال های حقیقی، باید $X(e^{j\omega})$ حقیقی و فرد باشد.

۲۱- تبدیل فوریه $\delta[n-1] + \delta[n+1]$ کدام است؟

- الف. $\sin \omega$ ب. $2 \sin \omega$ ج. $\cos \omega$ د. $2 \cos \omega$

۲۲- $X(e^{j\omega})$ تبدیل فوریه ی $x[n]$ است. تبدیل فوریه ی سیگنال زیر را بر حسب $X(e^{j\omega})$ بیان کنید.

$$P[n] = x[1-n] + x[-1-n]$$

الف. $P(e^{j\omega}) = (2 \cos \omega) X(e^{-j\omega})$ ب. $P(e^{j\omega}) = (2 \sin \omega) X(e^{-j\omega})$

ج. $P(e^{j\omega}) = (2 \cos \omega) X(e^{j\omega})$ د. $P(e^{j\omega}) = (2 \sin \omega) X(e^{j\omega})$

۲۳- با توجه به جدول های تبدیل فوریه ی گسسته در زمان پیوستی $x[n]$ مربوط به تبدیل فوریه ی زیر کدام گزینه است؟

$$\frac{\pi}{j} \left\{ e^{\frac{j\pi}{4}} \delta(\omega - \frac{\pi}{3}) - e^{-\frac{j\pi}{4}} \delta(\omega + \frac{\pi}{3}) \right\}$$

الف. $\sin(\frac{-\pi}{3}n - \frac{\pi}{4})$ ب. $\sin(\frac{-\pi}{3}n + \frac{\pi}{4})$

ج. $\sin(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{4})$ د. $\sin(\frac{\pi}{3}n - \frac{\pi}{4})$

۲۴- عکس تبدیل لاپلاس برای $\langle \text{Re}\{s\} \rangle - 1$ ، $X(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$ کدام گزینه است؟

الف. $[e^{-t} - e^{-2t}]u(t)$ ب. $[e^t - e^{2t}]u(t)$

ج. $[e^{-t} + e^{-2t}]u(t)$ د. $[e^t + e^{2t}]u(t)$

۲۵- ناحیه همگرایی سیگنال زیر کدام گزینه است؟

$$x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right) u[n]$$

(ابتدا بدست آوردن $X(z)$)

الف. $|z| > \frac{1}{3}$ ب. $|z| < \frac{1}{3}$

ج. $|z| > \frac{1}{2}$ د. $|z| < \frac{1}{2}$

الف. $|z| > \frac{1}{3}$

ج. $|z| > \frac{1}{2}$

نام درس: سیگنالها و سیستمها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی سخت افزار
۱۱۱۵۲۰۴
کد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از: — مجاز است.
زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۲۶- کدام گزینه در مورد ناحیه همگرایی (ROC) تبدیل Z غلط است؟

الف. هیچ صفری در ROC قرار نمی گیرد.

ب. اگر تبدیل Z سیگنال $x[n]$ گویا باشد، ROC به قطب یا بینهایت محدود می شود.

ج. اگر $x[n]$ یک رشته دوطرفه و دایره $|Z|=r_0$ جزء ROC باشد، آنگاه ROC حلقه ای مشتمل بر دایره $|Z|=r_0$ می باشد.

د. اگر $x[n]$ طول محدودی داشته باشد، ROC تمام صفحه Z ، بجز احتمالاً $Z=0$ و یا $Z=\infty$ است.

۲۷- تبدیل Z سیگنال $x[n]$ بصورت زیر داده شده است:

$$x(Z) = \frac{1 + Z^{-1}}{1 + \frac{1}{3}Z^{-1}}$$

$x[1]$ کدام است؟

الف. ۰

ب. $\frac{2}{3}$

ج. $\frac{3}{2}$

د. $\frac{1}{2}$

«سوالات تشریحی»

*بارم هر سؤال یک نمره می باشد.

۱. خطی بودن یا نبودن سیستم $y[n]=2x[n]+3$ را بررسی نموده و در صورت غیر خطی بودن، چگونه می توان به ساختار خطی (نمودار خطی) تبدیل نمود؟

۲. برای یک سیستم LTI پاسخ ضربه $h(t)$ و ورودی $x(t)$ به صورت زیر است مطلوب است: رسم $h(\tau)$ و $x(\tau)$ و $h(t-\tau)$ برای $t < 0$ و $h(t-\tau)$ برای $t > 0$ و محاسبه و رسم کانولوشن این دو تابع.

$$x(t) = e^{-at} u(t), \quad h(t) = u(t)$$

زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: سیگنالها و سیستمها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی سخت افزار
۱۱۱۵۲۰۴
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۳. با در نظر گرفتن روش معمول برای یافتن جواب خصوصی استفاده از جواب واداشته، یعنی سیگنالی به صورت سیگنال ورودی، است. با این روش جواب خصوصی معادله دیفرانسیل مرتبه اول $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$ را به ازای سیگنال ورودی $x(t) = Ke^{3t}u(t)$ بیابید. (K یک عدد حقیقی و ثابت)

۴. با رسم قطب- صفر مربوط به تابع زیر، سه ROC متناظر با این تبدیل Z را با ارائه توضیح رسم نمایید.

(الف- رسم قطب- صفر و ROC مربوط به $x[n]$ دست راستی.

ب- رسم قطب- صفر و ROC مربوط به $x[n]$ دست چپ.

ج- رسم قطب- صفر و ROC مربوط به $x[n]$ دو طرفه.

۵. ضرایب سری فوریه سیگنال زیر را محاسبه نمایید.

$$a(t) = 1 + \sin \omega_0 t + 2 \cos \omega_0 t + \cos(2\omega_0 t + \frac{\pi}{4})$$

۶. تبدیل فوریه سیگنال زیر را با استفاده از همزادی بین تبدیل فوریه گسسته در زمان و سری فویه پیوسته بدست آورید:

$$x[n] = \frac{\sin(\pi n / 2)}{\pi n}$$

بخش	خاصیت	سیگنال نامتناوب	تبدیل فوریه
جدول ۱-۵	خواص تبدیل فوریه گسسته در زمان		
۲-۳-۵	خطی بودن	$x[n]$	$X(e^{j\omega})$
۳-۳-۵	جابجایی زمانی	$x[n - n_0]$	$e^{-j\omega n_0} X(e^{j\omega})$
۳-۳-۵	جابجایی فرکانسی	$e^{j\omega_0 n} x[n]$	$X(e^{j(\omega - \omega_0)})$
۴-۳-۵	مزدوج گیری	$x^*[n]$	$X^*(e^{-j\omega})$
۶-۳-۵	وارونی زمانی	$x[-n]$	$X(e^{-j\omega})$
۷-۳-۵	انقباض زمانی	$x[k]$	$X(e^{jk\omega})$
۴-۵	کانولوشن	$x[n] * y[n]$	$X(e^{j\omega}) Y(e^{j\omega})$
۵-۵	ضرب	$x[n] y[n]$	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) Y(e^{j(\omega - \theta)}) d\theta$
۵-۳-۵	نفاذگیری زمانی	$x[n] - x[n-1]$	$(1 - e^{-j\omega}) X(e^{j\omega})$
۵-۳-۵	جمع انباره ای	$\sum_{k=-\infty}^n x[k]$	$\frac{1}{(1 - e^{-j\omega})} X(e^{j\omega}) + \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - 2\pi k)$
۸-۳-۵	مشتق گیری فرکانسی	$n x[n]$	$j \frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$
۴-۳-۵	تقارن سیگنالهای حقیقی	$x[n]$ حقیقی	$\left. \begin{aligned} X(e^{j\omega}) &= X^*(e^{-j\omega}) \\ \Re\{X(e^{j\omega})\} &= \Re\{X(e^{-j\omega})\} \\ \Im\{X(e^{j\omega})\} &= -\Im\{X(e^{-j\omega})\} \\ X(e^{j\omega}) &= X(e^{-j\omega}) \\ \angle X(e^{j\omega}) &= -\angle X(e^{-j\omega}) \end{aligned} \right\}$
۴-۳-۵	تقارن سیگنالهای حقیقی زوج	$x[n]$ حقیقی زوج	$X(e^{j\omega})$ حقیقی زوج
۴-۳-۵	تقارن سیگنالهای حقیقی فرد	$x[n]$ حقیقی فرد	$X(e^{j\omega})$ موهومی فرد
۴-۳-۵	تجزیه زوج و فرد	$x[n]$ حقیقی	$\Re\{X(e^{j\omega})\}$
۴-۳-۵	سیگنالهای حقیقی	$x[n]$ حقیقی	$\Im\{X(e^{j\omega})\}$
۹-۳-۵	رابطه پارسوال برای سیگنالهای نامتناوب		$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] ^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) ^2 d\omega$

نام درس: سیگنالها و سیستمها

رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی سخت افزار

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

جدول ۵-۲ زوجهای اساسی تبدیل فوریه گسسته در زمان

سیگنال	تبدیل فوریه	ضرایب سری فوریه (در صورت متناوب بودن)
$\sum_{k=-N}^N a_k e^{jk(2\pi N)n}$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$	a_k
$e^{j\omega_0 n}$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - \omega_0 - 2\pi k)$	(a) $\omega_0 = \frac{2\pi m}{N}$ $a_k = \begin{cases} 1, & k = m, m \pm N, m \pm 2N, \dots \\ 0, & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$ (b) $\frac{\omega_0}{2\pi}$ سیگنال نامتناوب است \Rightarrow غیر گویا
$\cos \omega_0 n$	$\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \{\delta(\omega - \omega_0 - 2\pi k) + \delta(\omega + \omega_0 - 2\pi k)\}$	(a) $\omega_0 = \frac{2\pi m}{N}$ $a_k = \begin{cases} \frac{1}{2}, & k = \pm m, \pm m \pm N, \pm m \pm 2N, \dots \\ 0, & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$ (b) $\frac{\omega_0}{2\pi}$ سیگنال نامتناوب است \Rightarrow غیر گویا
$\sin \omega_0 n$	$\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \{\delta(\omega - \omega_0 - 2\pi k) - \delta(\omega + \omega_0 - 2\pi k)\}$	(a) $\omega_0 = \frac{2\pi r}{N}$ $a_k = \begin{cases} \frac{1}{2j}, & k = r, r \pm N, r \pm 2N, \dots \\ -\frac{1}{2j}, & k = -r, -r \pm N, -r \pm 2N, \dots \\ 0, & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$ (b) $\frac{\omega_0}{2\pi}$ سیگنال نامتناوب است \Rightarrow غیر گویا
$x[n] = 1$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - 2\pi k)$	$a_k = \begin{cases} 1, & k = 0, \pm N, \pm 2N, \dots \\ 0, & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$
موج مربعی متناوب $x[n] = \begin{cases} 1, & n \leq N_1 \\ 0, & N_1 < n \leq N/2 \end{cases}$ و $x[n+N] = x[n]$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$	$a_k = \frac{\sin[(2\pi k/N)(N_1 + \frac{1}{2})]}{N \sin[2\pi k/2N]}$, $k \neq 0, \pm N, \pm 2N, \dots$ $a_k = \frac{2N_1 + 1}{N}$, $k = 0, \pm N, \pm 2N, \dots$
$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - kN]$	$\frac{2\pi}{N} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$	$a_k = \frac{1}{N}$ برای هر k
$a^n u[n]$, $ a < 1$	$\frac{1}{1 - ae^{-j\omega}}$	—
$x[n] \begin{cases} 1, & n \leq N_1 \\ 0, & n > N_1 \end{cases}$	$\frac{\sin[\omega(N_1 + \frac{1}{2})]}{\sin(\omega/2)}$	—
$\frac{\sin Wn}{\pi n} = \frac{W}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{Wn}{\pi}\right)$ $0 < W < \pi$	$X(\omega) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \omega \leq W \\ 0, & W < \omega \leq \pi \end{cases}$ 2π متناوب با دوره تناوب $X(\omega)$	—
$\delta[n]$	1	—
$u[n]$	$\frac{1}{1 - e^{-j\omega}} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \pi \delta(\omega - 2\pi k)$	—
$\delta[n - n_0]$	$e^{-j\omega n_0}$	—
$(n+1)a^n u[n]$, $ a < 1$	$\frac{1}{(1 - ae^{-j\omega})^2}$	—
$\frac{(n+r-1)!}{n!(r-1)!} a^n u[n]$, $ a < 1$	$\frac{1}{(1 - ae^{-j\omega})^r}$	—

زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: سیگنالها و سیستمها
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی سخت افزار
۱۱۱۵۲۰۴
کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

جدول ۹-۱ خواص تبدیل لاپلاس

بخش	خاصیت	سیگنال	تبدیل	ROC
		$x(t)$	$X(s)$	R
		$x_1(t)$	$X_1(s)$	R_1
		$x_2(t)$	$X_2(s)$	R_2
۱-۵-۹	خطی بودن	$a x_1(t) + b x_2(t)$	$a X_1(s) + b X_2(s)$	حداقل $R_1 \cap R_2$
۲-۵-۹	جابجایی زمانی	$x(t - t_0)$	$e^{-s t_0} X(s)$	R
۳-۵-۹	جابجایی در حوزه s	$e^{-s_0 t} x(t)$	$X(s - s_0)$	گونه جابجا شده R
۵-۵-۹	تغییر مقیاس زمانی	$x(at)$	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{s}{a}\right)$	ROC تغییر مقیاس یافته یعنی s درون ROC است، اگر s/a داخل R باشد
۵-۵-۹	مزدوج گیری	$x^*(t)$	$X^*(s)$	R
۶-۵-۹	کانولوشن	$x_1(t) * x_2(t)$	$X_1(s) X_2(s)$	حداقل $R_1 \cap R_2$
۷-۵-۹	مشتق گیری زمانی	$\frac{d}{dt} x(t)$	$s X(s)$	حداقل R
۸-۵-۹	مشتق گیری در حوزه s	$-t x(t)$	$\frac{d}{ds} X(s)$	R
۹-۵-۹	انتگرال گیری زمانی	$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} X(s)$	حداقل $R \cap \{s: \operatorname{Re}\{s\} > 0\}$

قضایای مقدار اولیه و مقدار نهایی

۱۰-۵-۹ اگر در $t < 0$ ، $x(t) = 0$ ؛ و در $t = 0$ ، $x(t)$ ضربه و توابع تکین مرتبه بالا نداشته باشد، آنگاه

$$x(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s X(s)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s X(s)$$

زوجهای ۲، ۴، ۶، و ۸ و خاصیت تغییر مقیاس زمانی بخش ۴-۵-۹، با $a = -1$ به دست آمده اند. به همین نحو زوجهای ۱۰ تا ۱۴ را می توان از تبدیلهای قبلی، به کمک خواص مناسب جدول ۹-۱ یافت. (مسئله ۹-۵۵ را ببینید).

نام درس: سیگنالها و سیستمها
 رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی سخت افزار
 ۱۱۱۵۲۰۴
 کد سری سؤال: یک (۱)
 استفاده از: — مجاز است.
 زمان آزمون: تستی: ۹۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

جدول ۹-۲ تبدیل لاپلاس توابع مقدماتی

ردیف	سیگنال	تبدیل	ROC
۱	$\delta(t)$	۱	تمام صفحه s
۲	$u(t)$	$\frac{1}{s}$	$\text{Re}\{s\} > 0$
۳	$-u(-t)$	$\frac{1}{s}$	$\text{Re}\{s\} < 0$
۴	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u(t)$	$\frac{1}{s^n}$	$\text{Re}\{s\} > 0$
۵	$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u(-t)$	$\frac{1}{s^n}$	$\text{Re}\{s\} < 0$
۶	$e^{-\alpha t} u(t)$	$\frac{1}{s + \alpha}$	$\text{Re}\{s\} > -\alpha$
۷	$-e^{-\alpha t} u(-t)$	$\frac{1}{s + \alpha}$	$\text{Re}\{s\} < -\alpha$
۸	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\alpha t} u(t)$	$\frac{1}{(s + \alpha)^n}$	$\text{Re}\{s\} > -\alpha$
۹	$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\alpha t} u(-t)$	$\frac{1}{(s + \alpha)^n}$	$\text{Re}\{s\} < -\alpha$
۱۰	$\delta(t - T)$	e^{-sT}	تمام صفحه s
۱۱	$[\cos \omega_0 t] u(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$	$\text{Re}\{s\} > 0$
۱۲	$[\sin \omega_0 t] u(t)$	$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$\text{Re}\{s\} > 0$
۱۳	$[e^{-\alpha t} \cos \omega_0 t] u(t)$	$\frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + \omega_0^2}$	$\text{Re}\{s\} > -\alpha$
۱۴	$[e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t] u(t)$	$\frac{\omega_0}{(s + \alpha)^2 + \omega_0^2}$	$\text{Re}\{s\} > -\alpha$
۱۵	$u_n(t) = \frac{d^n \delta(t)}{dt^n}$	s^n	تمام صفحه s
۱۶	$u_{-n}(t) = \underbrace{u(t) * \dots * u(t)}_{n \text{ بار}}$	$\frac{1}{s^n}$	$\text{Re}\{s\} > 0$