

امام علی<sup>(ع)</sup>: شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.

۱. اگر  $\hat{\theta}$  یک برآورد کننده نااریب پارامتر  $\theta$  باشد شرط لازم و کافی سازگاری  $\hat{\theta}$  برای  $\theta$  چیست؟

الف.  $\lim_{n \rightarrow \infty} var(\hat{\theta}) = 0$  ب.  $\lim_{n \rightarrow \infty} var(\hat{\theta}) = 1$

ج.  $var(\hat{\theta}) = 0$  د.  $var(\hat{\theta}) = 1$

۲. اگر ضریب تغییرات جامعه‌ای  $3/0$  باشد و بخواهیم انحراف معیار میانگین نمونه‌ای، برابر  $3$  درصد میانگین جامعه باشد آنگاه حجم نمونه‌ای برابر است با:

الف.  $300$  ب.  $200$  ج.  $100$  د.  $400$

۳. در روش نمونه گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری  $10$  تایی از جامعه‌ای به حجم  $100$  احتمال استخراج هر واحدی از جامعه، چقدر است؟

الف.  $0/1$  ب.  $0/01$  ج.  $\frac{1}{10^{100}}$  د.  $\frac{1}{100^{10}}$

۴. از جامعه‌ای به حجم  $20$  نمونه‌ای تصادفی ساده به حجم  $4$  انتخاب شده است که  $4$  و  $5$  و  $3$  و  $6$  هستند برآورد نااریب تغییرات جامعه کدام است؟

الف.  $1/25$  ب.  $1/66$  ج.  $4/5$  د.  $4$

۵. در نمونه گیری تصادفی ساده  $n$  تایی به روش جایگذاری از جامعه‌ای به حجم  $N$ ، اگر  $Z_i$  تعداد دفعات ظاهر شدن واحد  $i$ ام جامعه در نمونه باشد  $E(Z_i)$  کدام است؟

الف.  $1 - \frac{n}{N}$  ب.  $\frac{n}{N}$  ج.  $\sqrt{\frac{n}{N}(1 - \frac{n}{N})}$  د.  $1$

۶. در سؤال شماره (۵) واریانس  $Z_i$  چیست؟

الف.  $1 - \frac{n}{N}$  ب.  $\frac{n}{N}$  ج.  $\frac{n}{N}(1 - \frac{n}{N})$  د.  $1$

۷. از صد قطعه زمین زیر کشت گندم یک روستا ده قطعه را به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب نموده‌ایم. اگر تغییرات نمونه‌ای  $41$  باشد واریانس برآورد کل محصول گندم روستا چقدر است؟

الف.  $36900$  ب.  $39600$  ج.  $369000$  د.  $3960$

۸. در برآورد حجم نمونه در نمونه گیری تصادفی ساده برای برآورد نسبت‌ها ( $P$ ) تحت چه شرطی حجم نمونه بیشترین مقدار خود را اختیار می‌کند؟

الف.  $\hat{P} = 0/25$  ب.  $\hat{P} = 1$  ج.  $\hat{P} = 0/75$  د.  $\hat{P} = 0/5$

نام درس: روشهای نمونه گیری ۱  
 رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۸)  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗  
 کد سری سؤال: یک (۱)  
 استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۹. در یک نمونه تصادفی از ۱۰۰ پرواز یک شرکت هواپیمایی ۱۴ پرواز با تأخیر انجام شده است. اگر شرکت مذکور در سال ۲۸۰۰ پرواز داشته باشد، چه تعدادی از پروازها به موقع انجام می شود؟  
 الف. ۳۹۲ ب. ۱۷۵۰ ج. ۲۴۰۸ د. ۲۷۸۶
۱۰. بر پایه یک مطالعه مقدماتی نسبت اعضای از یک جامعه به حجم ۳۰۰۰ که دارای ویژگی مشخصی هستند برابر ۰/۴ برآورد شده است. می خواهیم با یک نمونه گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری نسبت را در جامعه طوری برآورد کنیم که با احتمال ۰/۹۵ خطای برآورد حداکثر ۰/۰۴ باشد چقدر باید باشد؟  $(1 - f)$  را در نظر گرفته و  $Z_{0.95} = ۲$  بگیرید.  
 الف. ۴۷۴ ب. ۷۴۷ ج. ۴۱۶ د. ۶۱۴
۱۱. از جامعه ای متناهی نمونه ای تصادفی به حجم  $n_1$  استخراج می کنیم. میانگین نمونه را  $\bar{y}$  و میانگین زیرنمونه را  $\bar{y}_1$  می نامیم. آنگاه  $var(\bar{y}_1 - \bar{y})$  کدام است؟

الف.  $(\frac{1}{n} - \frac{1}{n_1})S^2$  ب.  $(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n})S^2$   
 ج.  $(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_p})S^2$  د.  $(\frac{1}{n} + \frac{1}{n_p})S^2$

۱۲. در تخصیص ساترتوایت درجه آزادی مؤثر یا  $n_e$  همیشه .....  
 الف. بزرگتر از  $\min\{n_h - 1\}$  ب. بزرگتر از  $\sum n_h - L$   
 ج. بین  $\sum n_h - L$  و  $\min\{n_h - 1\}$  د. بی نهایت است.
۱۳. جامعه ای متناهی به  $K$  زیربخش افراز شده است. حجم زیربخش  $j$  ام،  $N_j$  است. در نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم  $n$  از کل جامعه،  $n_j$  فرد نمونه به بخش  $j$  ام متعلق است. برآورد ناریب  $\hat{y}_j$  مجموع خصیصه در این زیربخش کدام است؟

الف.  $\frac{N_j}{n_j} \sum_i y_{ij}$  ب.  $\frac{N_j}{n_j} \sum_i y_{ij}$   
 ج.  $\frac{N_j}{n} \sum_i y_{ij}$  د.  $\frac{N_j}{n_j} \sum_i y_{ij}$

۱۴. در نمونه گیری طبقاتی از جامعه ای با دو طبقه ۲ عنصری فرض کنید  $y_1 = y_p = 0$  در طبقه اول و  $y_3 = 1$  و  $y_4 = -1$  در طبقه دوم باشد. اگر از هر طبقه با تخصیص متناسب نمونه متناسب نمونه انتخاب کنیم  $var(\hat{Y})$  کدام است؟

الف.  $\frac{5}{6}$  ب.  $\frac{1}{4}$  ج.  $\frac{3}{4}$  د.  $\frac{1}{6}$



۱۵. جامعه‌ای مشتمل بر دو طبقه است. مشخصات آنها در جدول زیر ثبت شده است. تخصیص بهینه اندازه نمونه در هر طبقه  $n_h$ ، به شرط ثابت بودن کل اندازه نمونه  $n = ۲۰۰$  کدام است؟

| طبقه | $N_h$ | $S_h$ |
|------|-------|-------|
| ۱    | ۵۰۰   | ۵     |
| ۲    | ۱۵۰۰  | ۱۰    |

الف.  $(n_1, n_2) = (۱۷۱, ۲۹)$

ب.  $(n_1, n_2) = (۶۷, ۱۳۳)$

ج.  $(n_1, n_2) = (۲۹, ۱۷۱)$

د.  $(n_1, n_2) = (۱۳۳, ۶۷)$

۱۶. در یک نمونه‌گیری با دو طبقه مایلیم به جای  $n_1 = ۸$  و  $n_2 = ۶$  در انتساب نیمین داشته باشیم  $n_1 = n_2$ . اگر  $V(\bar{Y}_{st})$  معرف واریانس در حالت  $n_1 = n_2$  و  $V_{opt}(\bar{Y}_{st})$  واریانس مربوط به تخصیص نیمین و  $N$  بزرگ باشد. آنگاه مقدار

$$\frac{V(\bar{Y}_{st}) - V_{opt}(\bar{Y}_{st})}{V_{opt}(\bar{Y}_{st})}$$

کدام است؟

الف.  $\frac{۱}{۴۹}$  ب.  $\frac{۱}{۴۰}$  ج.  $\frac{۱}{۴۰}$  د.  $\frac{۱}{۴۰}$

۱۷. نوعی از نمونه‌گیری را که احتمال انتخاب واحدهای جامعه برای شرکت دادن در نمونه از واحدی به واحد دیگر تغییر می‌کند نمونه‌گیری ..... نامند.

- الف. طبقه بندی
- ب. تصادفی ساده
- ج. تصادفی با احتمال متغیر
- د. تصادفی متناسب با اندازه
۱۸. در نمونه‌گیری با احتمال متغیر روش خرد کردن برای چه هدفی است؟
- الف. عمل نمونه‌گیری را آسان کند.
- ب. بزرگ کردن احتمال انتخابها

ج. بزرگ کردن  $1 - \frac{\bar{X}_N}{M}$

د. کوچک کردن احتمال غیر مؤثر بودن

۱۹. در روش نمونه‌گیری با احتمال متغیر به روش لاهیری اگر  $\bar{X}_N = ۵$  و  $M = ۶$  احتمال مؤثر نبودن یک زوج چقدر است؟

الف.  $\frac{۵}{۶}$  ب.  $\frac{۱}{۶}$  ج.  $\frac{۳}{۴}$  د.  $\frac{۱}{۴}$

۲۰. در روش نمونه‌گیری با احتمال متغیر اگر  $P_i = \frac{1}{N}$  باشد آگاه نمونه‌گیری به نمونه‌گیری ..... تبدیل می‌شود.

- الف. تصادفی با احتمال متغیر
- ب. تصادفی متناسب با اندازه
- ج. طبقه بندی
- د. تصادفی ساده

نام درس: روشهای نمونه گیری ۱

رشته تحصیلی، گد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۸)

**زمان آزمون: تستی: ۶ تشریحی: ۶ دقیقه**

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ❁

**کُد سری سوال: یک (۱)**

### استفاده از: ماشین حساب

**مجاز است.**

## سوالات تشریحی

۱. نمونه‌ای تصادفی به حجم ۱۰۰ از جامعه ۱۰۰۰ دبیرستان انتخاب کرده‌ایم و نظر مدیر دبیرستان را درباره سودبخشی نظام جدید آموزش متوسطه خواسته‌اند. ۵۷ نفر مخالف و ۱۳ نفر عقیده مشخصی نداشته‌اند. برآورد نسبت موافقین در کل جامعه چقدر است؟ واریانس این برآوردکننده را برآورد کنید. حدود اطمینان ۹۵ درصدی تعداد مدیران دبیرستان موافق را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۲. اگر ضریب همبستگی بین زوج  $(X, Y)$  برابر  $\rho$  و  $\bar{X}_n$  و  $\bar{Y}_n$  میانگین‌های نمونه‌ای به حجم  $n$  از زوج  $(X, Y)$  باشند. ثابت کنید ضریب همبستگی زوج  $(\bar{X}_n, \bar{Y}_n)$  برابر  $\rho$  است. (۱/۵ نمره)

۳. جمعیت سه شهر کوچک به ترتیب ۴۰۰۰۰ ، ۲۰۰۰۰ ، ۳۰۰۰۰ نفر است. می‌خواهیم برای بررسی مشخصه‌ای در این سه شهر، نمونه‌ای تصادفی با طبقه‌بندی شامل ۴۰۰ واحد انتخاب می‌کنیم. اگر  $S_1 = ۲۰$  و  $S_۲ = ۱۲$  و  $S_۳ = ۱۴$  و هزینه انتخاب هر واحد ۳۶ باشد حجم نمونه‌ای که باید از هر شهر انتخاب شود در هر یک از حالات زیر به دست آورید. (۱/۵ نمره)

الف. تخصيص متناسب با حجم

ب. تخصیص ایتیم

۴. از دفاتر ثبت سابقه ۴ بیمارستان تعداد افرادی که گروه خونی آنها معین شده است به ترتیب ۱۵۴۰، ۱۲۰۰، ۷۶۰، ۳۰۰ است. از این ۴ دفتر به تصادف ۵۰، ۶۰، ۳۰، ۶۰ نفر انتخاب شده و مشخص می‌شود که ۲۰، ۲۲، ۱۰، ۱۸ نفر دارای گروه خونی A هستند. (۲ نمره)

الف. برآورد نااریب به نسبت افراد دارای گروه خونی  $A$  را در بین کل مراجعه کنندگان جامعه بیابید و تعداد آنها را برآورد کنید.

ب. برآورد واریانس این نسبت را تعیین کنید.

۵. فرض کنید از جامعه‌ای به حجم ۴ نمونه‌ای تصادفی ۵ تایی با احتمال متغیر بدون جایگذاری انتخاب کرده‌ایم. جدول زیر معرف مقادیر واحدهای منتخب و احتمالهای متناظر با هر کدام است. میانگین جامعه را برآورد کنید و برآورد واریانس این برآورد کننده را تعیین کنید. (۱/۵ نمره)

|       |                |                |                |                |                |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $Y_i$ | 10             | 11             | 1              | 12             | 18             |
| $P_i$ | $\frac{2}{22}$ | $\frac{1}{11}$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{2}{29}$ | $\frac{1}{12}$ |